THÉORIE GÉNÉRALE DES PÈSE-LIQUEURS APPLIQUÉE À LA CONSTRUCTION…

Philippe Martin Narcisse Benoit

11

THEORIE GÉNÉRALE

DES

PÈSE-LIQUEURS.



DE L'IMPRIMERIE DE RIGNOUX,
RUE DES FRANCS-BOURGEOIS-SAINT-MICHEL, N° 8.

THÉORIE GÉNÉRALE

DES

PÈSE-LIQUEURS,

APPLIQUÉE A LA CONSTRUCTION ET A L'EMPLOI DE TOUTES SORTES D'ARÉOMÈTRES ENTIÈREMENT COMPARABLES;

AVEC

DES TABLES ARÉOMÉTRIQUES

TRÈS-ÉTENDUES,

DONNANT LES PESANTEURS SPÉCIFIQUES CORRESPONDANT AUX DIVERS DEGRÉS DES PÈSE-LIQUEURS EN USAGE, LE TITRE DES EAUX-DE-VIE, DES ACIDES SULFURIQUES, etc.

PAR P. M. N. BENOÎT,

Ancien Élève de l'École polytechnique, Ex-Lieutenant au Corps royal des Ingénieurs-Géographes militaires, Lieutenant au Corps royal d'État Major, Professeur adjoint de Topographie et de Géodésie à l'École d'application de cé dernier corps

Nihil agere quod non prosit ...
PHÈDRE, liv. III, fab. 17.

A PARIS,
CHEZ BARROIS, LIBRAIRE, RUE DE SEINE, N° 10,
FAUBOURG SAINT-GERMAIN.

1821.

Digitized by Google

Digitized by Google

A MONSIEUR

MAZON,

ANCIEN PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES A CASTRES,

DOCTEUR EN MÉDECINE.

Vos leçons m'ont inspiré le goût de l'étude et des applications utiles des théories mathématiques; il est juste que je vous offre le premier fruit de mon travail. Veuillez bien l'accepter comme un tribut de mon estime et de ma reconnaissance.

P. M. N. BENOÎT.

TABLE
DES MATIÈRES.

CHAPITRE II.

Examen de quelques pèse-liqueurs en usage, et moyen de les rendre comparables.

CHAPITRE III.

Usage divers des pèse-liqueurs comparables.

CHAPITRE IV.

Construction des aréomètres à titre spécial comparables.

APPENDICE AU CHAPITRE PREMIER.

TABLES ARÉOMÉTRIQUES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

THÉORIE GÉNÉRALE

DES

PÈSE-LIQUEURS.

PRÉAMBULE.

PENDANT mon dernier voyage dans le midi de la France, j'y suivis les travaux intéressans de quelques ateliers, où je dus peser avec promptitude beaucoup de liquides différens. Pour atteindre ce but, je n'avais à ma disposition que des *Pèse-liqueurs de Baumé*, et divers fragmens de tables qui me fournissaient les pesanteurs spécifiques correspondant à quelques-uns de leurs degrés. Ces tables étaient loin de s'accorder entre elles, parce que, n'étant pas la traduction d'une formule algébrique, elles ont été déduites d'expériences faites avec des pèse-liqueurs non comparables. Je fus ainsi conduit à me livrer à des recherches afin de les concilier, et de me dispenser même d'en faire usage, en construisant des aréomètres convenablement divisés et gradués.

Vers la fin de 1817, à mon retour des départemens, je présentai mon travail accompagné de mes

aréomètres à M. Gay-Lussac; je laissai ensuite mon manuscrit plusieurs mois chez M. Arago; mais les occupations de ces savans ne leur laissèrent pas le loisir d'en prendre connaissance. Je consultai alors l'*Encyclopédie méthodique*, l'Ouvrage de M. Brisson, et des artistes constructeurs d'aréomètres, afin de m'assurer s'il y avait quelque chose de neuf dans mes recherches. Persuadé qu'on pouvait en utiliser quelques-unes, j'étais décidé à les livrer à l'impression, lorsque j'en fus détourné par la rédaction du cours que je professe à l'École d'application du Corps royal d'État-major. Libre aujourd'hui de réaliser mon projet, je crois ne pas devoir en différer l'exécution, par le motif qu'un pèse-liqueur donnant la pesanteur spécifique des liquides en parties décimales de celle d'un liquide comparateur, est un des complémens indispensables au système des nouveaux poids et mesures. Le gouvernement ne doit pas manquer d'encourager la construction d'instrumens, que le commerce même demande depuis plusieurs années, en ordonnant leur emploi exclusif dans les diverses branches de l'administration, où l'usage des aréomètres est nécessaire.

Enseigner comment on peut construire des pèse-liqueurs donnant la pesanteur spécifique des liquides (1); faire voir qu'un simple changement

(1) Les procédés de construction qui vont être décrits sont simples, et peuvent être exécutés avec assez de promptitude.

apporté à la graduation des pèse-sels et des pese-esprits usités peut leur communiquer la propriété de fournir immédiatement cette pesanteur spécifique, donner les moyens de reproduire des arcometres entièrement comparables, et de les rendre propres à indiquer le titre des liqueurs résultant du mélange de deux substances particulières, montrer enfin comment on peut, à l'aide des nouveaux pèse-liqueurs, obtenir le poids d'un volume assigné d'un liquide connu, et réciproquement le volume d'un poids désigné de ce même liquide : tel est l'objet principal de ce qui va suivre (1).

M. Cen Fréot, artiste intelligent, que j'ai instruit dans ce genre d'opérations, que j'aide de mes conseils, et qui se sert de mes *pycnographes*, peut livrer aux prix des anciens pese-liqueurs soignés les divers aréometres comparables dont je propose l'adoption. Il recevra (*franches de port, rue de la Harpe, n° 89*) les demandes de pese-liqueurs d'une sensibilité illimitée entre deux pesanteurs spécifiques quelconques données, de pese-liqueurs fournissant les termes correspondant à des pesanteurs spécifiques soumises à une loi quelconque, et même assignées arbitrairement; d'aréometres propres à obtenir le poids d'un volume connu d'un liquide quelconque, ainsi que le volume d'un poids connu de ce liquide; d'aréometres à titre spécial; en un mot, de toutes sortes d'aréometres comparables, tant anciens que nouveaux.

(1) Peut-être remarquera-t-on quelques points de contact de mon travail avec des mémoires de M. *Hassenfratz* (*voyez les Annales de Chimie*, 27 *et suiv.*), que vient de me communiquer un jeune amateur des sciences physico-mathématiques.

CHAPITRE PREMIER.

Modes généraux de division et de graduation des pèse-liqueurs, qui les rendent propres à indiquer immédiatement les pesanteurs spécifiques des liquides en fonction de celle d'un liquide comparateur. De l'étalon naturel des pèse-liqueurs comparables.

1. Il existe deux modes généraux de division et de graduation des *Aréomètres* ou *Pèse-liqueurs*, correspondant aux deux plus simples manières de considérer un liquide choisi, relativement à tous les autres, sous le rapport de leurs pesanteurs spécifiques.

On peut, en effet, *regarder la pesanteur spécifique de ce liquide comparateur, comme fonction successive de celles de tous les autres liquides prises pour unités actuelles particulières*; ou réciproquement *regarder cette même pesanteur spécifique comme l'unité fixe et commune, au moyen de laquelle on exprime celles de tous les autres liquides.*

Cette double manière d'envisager la pesanteur spécifique du *liquide comparateur*, fournit *deux espèces différentes d'aréomètres*(1) entièrement com-

(1) Peut-être serait-il plus convenable de les nommer *pycnomètres*.

parables, *et jouissant de la propriété de donner de suite, sans aucune table, l'une, les pesanteurs spécifiques des liquides en fonction de celle d'un liquide comparateur; l'autre, la pesanteur spécifique de ce dernier liquide en fonction de celles de tous les autres*, ainsi qu'on va le faire voir.

2.° Soit désigné par Π le poids d'un cylindre droit sur sa base circulaire d'un rayon r en obligeant ce cylindre, par un artifice quelconque, à conserver dans les liquides ou on le plongera la direction de la verticale, on sait qu'abandonné à lui-même, il s'y enfoncera jusqu'à ce que son poids soit égal à celui du volume du liquide qu'aura déplacé sa partie immergée (1).

Si donc P représente le poids de l'unité de volume d'eau distillée prise à la température de 4°, 4 centigrades, et H la longueur de l'enfoncement du cylindre dans ce liquide, on aura:

$$\Pi = \pi \frac{r^2 H}{1^3} P.$$

π désignant le rapport de la circonférence au diametre d'un cercle, et 1 l'unité de longueur choisie.

3. L'équation $\Pi = \pi \frac{r^2 h}{1^3} p$ de même forme que la

(1) Nous ne tiendrons aucun compte du poids du petit volume d'air déplacé par la partie non-immergée du cylindre, attendu que le centimetre cube de ce fluide ne pese pas 0^{gram} 000013.

précédente, ayant également lieu pour un liquide quelconque, il vient $hp = HP$. De là résulte $\frac{h}{H} = \frac{P}{p}$, c'est-à-dire que *les enfoncemens du même cylindre seront en raison inverse des poids sous l'unité de volume, ou des pesanteurs spécifiques des liquides dans lesquels on le plongera.*

4. Cette dernière équation fait voir en outre que *les rapports des enfoncemens d'un pèse liqueur quelconque cylindrique, dans deux liquides connus aussi quelconques, est invariable, puisqu'il est indépendant des dimensions et du poids de l'instrument.*

5. Nous sommes donc conduits à nous servir de ces enfoncemens pour arriver aux rapports des pesanteurs spécifiques des liquides. C'est dans ce but que nous comparerons à l'un quelconque d'entre eux pris pour mesure commune, à celui, par exemple, qui a lieu dans le liquide comparateur choisi, les enfoncemens relatifs aux divers liquides dont nous voudrons obtenir la pesanteur spécifique en fonction de celle du liquide comparateur, ou réciproquement. Or l'eau est le liquide le plus abondamment répandu dans la nature; il est donc convenable de prendre l'eau distillée à son plus grand degré de densité pour ce liquide comparateur. Nous rapporterons ainsi tous les enfoncemens mentionnes à celui qui a lieu dans l'eau distillée soumise à 4°, 4 centigrades de température, enfoncement que

je nommerai *Étalon naturel*. Il est clair que les aréomètres à la construction desquels cet étalon servira de base, seront toujours reproduits semblables à eux-mêmes, et par conséquent *entièrement comparables.*

Pèse-liqueurs à unité variable comparables.

6. L'équation du n° 3 donne $h = \pi \frac{p}{P}$. Si donc on prend pour mesure actuelle de la pesanteur spécifique P de l'eau distillée, celle d du liquide quelconque dans le cas ou la premiere serait les $\frac{n}{m}$ ièmes de celle-ci, on aurait $P = \frac{n}{m} p$, et par suite $h = \frac{n}{m} H$ équation qui fait voir qu'*en divisant l'étalon naturel H en un nombre quelconque* m *de parties égales entre elles, la pesanteur spécifique* p *du liquide correspondant au haut de la* n^{ième} *division sera telle, que la pesanteur spécifique P de l'eau distillée en sera les* $\frac{n}{m}$ ièmes, ou encore *qu'elle sera* réciproquement *les* $\frac{m}{n}$ ièmes *de celle de l'eau distillée.*

7. Ainsi la *Graduation naturelle* des pèse-liqueurs fournis par ce premier mode de division, et qu'on peut nommer *pèse-liqueurs à unité variable*, résultera de l'inscription des numéros d'ordre des divers degrés, à partir de la base du cylindre qui forme l'instrument. On aura soin d'écrire le mot *eau* à côté du terme de l'eau distillée, où le nombre m aura été placé, afin de le rendre plus remarquable.

8. Les pèse-liqueurs à unité variable dont nous venons de parler, donnent la facilité de choisir pour liquide comparateur tout autre liquide que l'eau distillée. Supposons en effet que sur l'aréomètre le terme du liquide comparateur choisi soit gradué n', en désignant par p' sa pesanteur spécifique, on aura évidemment $p'=\frac{m}{n'}P$, et comme $p=\frac{m}{n}P$, on, a de suite $\frac{p}{p'}=\frac{n'}{n}$; c'est-à-dire que *les pesanteurs spécifiques de deux liquides quelconques, sont en raison inverse des nombres inscrits aux termes qu'ils indiquent à un même pèse-liqueur à unité variable comparable.* Rien n'empêche donc de prendre pour liquide comparateur un autre liquide que l'eau distillée.

9 On conçoit aisément qu'*il existe une infinité de genres de pèse-liqueurs à unité variable*, à cause que l'étalon naturel peut être divisé en un nombre quelconque de parties égales. On pourra donc qualifier de *décimaux* le genre d'aréomètres dont l'étalon naturel serait divisé en un nombre de parties égales ou degrés, exprimé par une puissance de 10; de *duodécimaux* le genre pour lequel ce nombre de degrés serait égal à une puissance de 12; de *binaires* celui dont l'étalon naturel contiendrait un nombre de degrés égal à une puissance de 2, ainsi de suite. Si j'ai fait une mention particulière des deux derniers genres d'aréomètres, c'est que le hasard les a introduits dans le commerce, masqués, ainsi que je le prouverai, sous des graduations arbitraires.

10. Lorsque $m = 100$, le pèse-liqueur à unité variable décimal obtenu peut être spécialement désigné sous le nom de *centigrade*. Dans ce cas, la graduation naturelle de l'instrument indique immédiatement la valeur de la pesanteur spécifique de l'eau distillée en centièmes de celle du liquide essayé. La fig. 1 représente un tel pèse-liqueur, dont l'échelle est divisée en demi-degrés. La hauteur de la planche n'a permis de tracer que la moitié de *l'étalon naturel* comprise entre les termes de l'échelle gradués 50 et 100. On a rapproché la base du cylindre du terme de l'eau distillée en représentant une cassure.

11. L'équation $p = \frac{100}{n} P$ que l'on a alors, calculée pour toutes les valeurs entières de n comprises entre 50 et 200, dans l'hypothèse de $P = 100$, a fourni les nombres de la deuxième colonne de la table II, 1°, qui sont ainsi les pesanteurs spécifiques des liquides correspondant aux divers degrés du *pèse-liqueur à unité variable centigrade* inscrits dans la 1re colonne, en centièmes de celle de l'eau distillée.

Pèse-liqueurs à unité fixe comparables.

12. Reprenons l'équation $h = H \frac{P}{p}$: dans le cas où l'on choisira la pesanteur spécifique P de l'eau distillée pour mesure fixe de toutes celles p des autres liquides, l'enfoncement correspondant au liquide

dont la pesanteur spécifique est les $\frac{n}{m}$ ièmes de celle de l'eau distillée sera $h = m\frac{H}{n}$; puisque $p = n\frac{P}{m}$.

On voit donc que *si l'on voulait marquer sur le cylindre les termes des liquides dont les pesanteurs spécifiques sont un nombre exact* n *de* m^{ièmes} *de celle de l'eau distillée*, il ne suffirait plus de diviser *l'étalon naturel* une seule fois pour toutes en *m* portions égales. *Il faudrait*, au contraire, si l'on n'avait pas des moyens plus expéditifs, *en opérer une division relative à chaque terme* n *à marquer, en* n *parties égales, et mettre, dans tous les cas, le terme cherché au haut de la* m ième *des divisions actuelles.*

13. Les instrumens obtenus par ce second mode de division, peuvent être nommés *pèse-liqueurs à unité fixe comparables.* Ce qui précède suffit pour montrer d'une manière évidente que l'étendue $H\frac{m}{n(n-1)}$ du n ième degré n'aura pas la même valeur dans toute la longueur de l'instrument, mais qu'elle sera d'autant plus grande que ce degré sera plus éloigné de la base du cylindre. Quant à la *graduation naturelle* des degrés, elle s'obtiendra en inscrivant à côté des divers termes trouvés les valeurs de *n* correspondantes. Outre le nombre *m* qui sera posé à côté du terme de l'eau distillée, on y écrira encore le mot *eau*, afin de le rendre plus remarquable.

14. Puisque *le liquide qui correspondra au terme gradué* n *aura une pesanteur spécifique égale aux* $\frac{n}{m}$ ièmes *de celle de l'eau distillée*, on pourra dire aussi

que *la pesanteur spécifique de l'eau distillée sera* réciproquement *les* $\frac{m}{n}$*ièmes de celle du liquide essayé.*

15. Au reste, les pèse-liqueurs à unité fixe comparables dont nous venons de parler, donnent aussi-bien que ceux à unité variable, la faculté de choisir tout autre liquide que l'eau distillée pour liquide comparateur. Si en effet le terme du liquide choisi sur l'aréomètre à unité fixe dont nous venons de nous occuper est gradué n', on aura, en désignant par p' sa pesanteur spécifique $p'=\frac{n'}{m}P$; mais comme $p=\frac{n}{m}P$, on aura de suite $\frac{p}{p'}=\frac{n}{n'}$. Ainsi *les pesanteurs spécifiques de deux liquides quelconques, sont dans le même rapport que les nombres inscrits aux termes qu'ils indiquent à un même pèse-liqueur à unité fixe comparable*, ce qui montre avec évidence que l'on peut prendre un tout autre liquide que l'eau distillée pour liquide comparateur.

16. On conçoit encore ici qu'*il existe une infinité de genres de pèse-liqueurs à unité fixe*, car on peut concevoir la pesanteur spécifique de l'eau distillée divisée en un nombre quelconque de parties égales entre elles. Lorsque ce nombre sera une puissance de 10, on aura un *pèse-liqueur à unité fixe décimal.*

17. Dans le cas où $m=100$, le pèse-liqueur à unité fixe décimal obtenu, peut être designé sous le nom de *centigrade*, car alors sa graduation naturelle donne immédiatement la valeur de la pesanteur spécifique du liquide essayé, en centièmes de celle de l'eau dis-

tillée. La fig. 2 représente un tel pèse-liqueur dont l'échelle est divisée en demi-degrés jusqu'à la pesanteur spécifique 150. On n'a pu encore ici, à raison de la hauteur de la planche, que tracer la demi-longueur de *l'étalon naturel* comprise entre les termes de l'échelle gradués 100 et 200.

18. L'équation $P = \frac{100}{n} p$ calculée pour toutes les valeurs entieres de n comprises entre 50 et 200, fournira, dans l'hypothèse de $p = 100$, les nombres de la deuxième colonne de la table II, 2°, déja obtenus au n° 11, et qui sont actuellement les expressions de la pesanteur spécifique de l'eau distillee correspondant aux divers degrés du *pese-liqueur à unite fixe*, inscrits dans la premiere colonne, en centiemes de celles des liquides essayés.

19. Les deux especes de pese-liqueurs à unité variable et à unité fixe comparables, dont il vient d'être question, peuvent donc servir à trouver la pesanteur spécifique d'un liquide quelconque en fonction de celle d'un autre liquide assigné.

Correspondance des graduations naturelles des Pese-liqueurs à unité variable et à unite fixe comparables.

20. *L'étalon naturel d'un pese-liqueur à unité variable* étant divisé en un nombre m de parties egales entre elles ou degrés, nous avons vu que la pesanteur spécifique p du liquide correspondant au n^{ieme}

de ses degrés est les $\frac{m}{n}$ ièmes de celle P de l'eau distillée ou, ce qui est la même chose, que $p=\frac{m}{n}P$.

En essayant le même liquide avec un autre pese-liqueur à unité variable, dont l'étalon serait divisé en un nombre $m_{,}$ de degrés, il indiquerait un terme gradué $n_{,}$, et l'on aurait encore $p=\frac{m_{,}}{n_{,}}P$. Il faut donc que $\frac{m}{n}=\frac{m_{,}}{n_{,}}$, d'où résulte $\frac{n}{n_{,}}=\frac{m}{m_{,}}$; ce qui signifie que *les nombres de degrés indiqués par un même liquide à deux pèse-liqueurs à unité variable naturellement gradués, sont proportionnels aux nombres de degrés contenus dans leurs étalons naturels.*

21. *En comparant entre eux les pèse-liqueurs à unité variable, centigrade et duodécimal*, pour lesquels on a respectivement $m=100$, $m_{,}=144$, il vient $\frac{n}{n_{,}}=\frac{100}{144}$. Cette formule a servi à calculer les nombres de la 4ᵉ colonne de la table I, 1°, qui sont les graduations des termes du pèse-liqueur à unité variable centigrade correspondant aux divers degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, inscrits dans la 2ᵉ colonne de la même table.

22. La formule précédente a servi encore à calculer les nombres de la 3ᵉ colonne de la table II, 1°, graduations des termes du pese-liqueur à unité variable duodécimal correspondant aux divers degrés du pese-liqueur à unité variable centigrade, inscrits dans la 1ʳᵉ colonne de la même table.

23. On a vu encore que *la pesanteur spécifique P de l'eau distillée*, étant divisée en un nombre m' de parties égales entre elles, la pesanteur spécifique du liquide indiquant le degré du pese-liqueur à unité fixe gradué n', est les $\frac{n'}{m'}^{iemes}$ de la premiere, c'est-à-dire que $p=\frac{n'}{m_{,}}P$.

Si l'on essayait le même liquide avec un autre pèse-liqueur à unité fixe résultant de la division de la pesanteur spécifique P de l'eau distillée en $m'_{,}$ parties égales entre elles, $n'_{,}$ serait la graduation du terme indiqué, et l'on aurait $p=\frac{n'_{,}}{m'_{,}}.P$, d'où résulte $\frac{n'}{m'}=\frac{n'_{,}}{m'_{,}}$, et par suite $\frac{n'}{n'_{,}}=\frac{m'}{m'_{,}}$. Cela signifie que *les nombres de degrés indiqués par un même liquide à deux pèse-liqueurs à unité fixe naturellement gradués, sont proportionnels aux nombres de parties en lesquelles on a supposé divisée la pesanteur spécifique de l'eau distillée.*

24. *En comparant entre eux les pèse-liqueurs à unité fixe centigrade et duodécimal*, pour lesquels on a respectivement $m'=100$, $m'_{,}=144$, il vient $\frac{n}{n_{,}}=\frac{100}{144}$; formule qui, étant soumise au calcul, fournirait les mêmes nombres que ceux trouvés au n° 21. Ainsi, les nombres inscrits dans la 4e colonne, table I, 2°, doivent être considérés maintenant comme les graduations naturelles des termes du pese-liqueur à unité fixe centigrade correspondant aux divers de-

grés du pèse-liqueur à unité fixe duodécimal, inscrits dans la 2e colonne de la même table.

25. Pareillement les nombres inscrits dans la 3e colonne, table II 2°, doivent à leur tour, être considérés comme les graduations des termes du pèse-liqueur à unité fixe duodécimal correspondant aux divers degrés du pèse-liqueur à unité fixe centigrade, enregistrés dans la première colonne de la même table.

26. *Si l'on essaye enfin un même liquide avec un pèse-liqueur à unité variable et un pèse-liqueur à unité fixe*, les équations trouvées nos 20 et 23 devront avoir lieu en même temps; ce qui exige que $\frac{m}{n}=\frac{n'}{m'}$. De là résulte $nn'=mm'$, équation qui fait voir que *le produit des deux nombres de degrés indiqués par un même liquide à un pèse-liqueur à unité variable et à un pèse-liqueur à unité fixe est constant, et égal au produit des deux nombres exprimant le nombre de degrés contenus dans l'étalon naturel du premier pèse-liqueur, et le nombre de parties égales en lesquelles on a supposé divisée la pesanteur spécifique de l'eau distillée en construisant le pèse-liqueur à unité fixe.*

27. *Si l'on comparait ensemble le pèse-liqueur à unité variable duodécimal pour lequel* $m=144$, *avec celui à unité fixe centigrade résultant de* $m'=100$, on aurait $nn'=14400$. On s'est servi de cette formule pour obtenir les nombres de la 3e colonne, table

I, 1°, qui sont les graduations des termes du pèse-liqueur à unité fixe centigrade correspondant aux divers degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, inscrits dans la 2ᵉ colonne de la même table.

28. On pourrait encore se servir de cette formule pour obtenir les nombres de la 3ᵉ colonne de la table II, 1°, trouvés déjà au nº 22, et qui doivent être considérés comme les graduations des termes du pèse-liqueur à unité variable duodécimal correspondant aux termes du pèse-liqueur à unité fixe centigrade, inscrits dans la 2ᵉ colonne de la même table, trouvés eux-mêmes au nº 11.

29. *On peut comparer de même le pèse-liqueur à unité variable centigrade pour lequel* m=100, *avec celui à unité fixe duodécimal résultant de* m'=144, ce qui fournit encore l'équation précédente $n\,n'=14400$, qui, étant soumise au calcul, donnera les mêmes nombres trouvés. Ainsi les nombres de la troisième colonne, table I, 2°, obtenus au nº 27, peuvent être considérés comme les graduations des termes du pèse-liqueur à unité variable centigrade correspondant aux divers degrés du pèse-liqueur à unité fixe duodécimal, inscrits dans la deuxième colonne.

30. De même les nombres de la troisième colonne, table II, 2°, obtenus aux nºˢ 22, 25, 28, doivent à leur tour, être considérés comme les graduations

des termes du pèse-liqueur à unité fixe duodécimal correspondant aux divers termes du pèse-liqueur à unité variable, inscrits dans la deuxieme colonne de la même table, et calculés aux nos 11 et 18.

31. Dans le cas où les instrumens comparés seraient du même genre, quoique d'espèce différente, on aurait $m = m'$, en sorte qu'alors $n\,n' = m^2$. Ainsi le nombre indiqué à la fois à la division de l'étalon naturel et de la pesanteur spécifique de l'eau distillée en parties égales, serait moyen proportionnel entre ceux des graduations des termes des deux instrumens correspondant au même liquide.

32. *S'il s'agit des deux especes de pèse-liqueurs centigrades pour lesquels* $m = m' = 100$, on a $n\,n' = 10000$; en calculant cette formule, on obtient les nombres de la deuxieme colonne, table II 1° et 2°, trouvés déjà aux nos 11 et 18. Ces nombres peuvent en effet être considerés d'abord comme les graduations naturelles des termes du pèse-liqueur à unité fixe centigrade correspondant aux divers degrés du pèse-liqueur à unité variable centigrade, inscrits dans la premiere colonne, table II, 1°.

On peut en second lieu regarder les nombres mentionnés comme les graduations des termes du pèse-liqueur à unité variable centigrade correspondant aux divers degrés du pèse-liqueur à unité fixe centigrade, inscrits dans la premiere colonne de la même table II, 2°.

Ce que l'on vient de dire pour les tables II s'ap-

2

plique également aux nombres des troisième et quatrième colonnes des tables I. Ainsi les nombres de la quatrième colonne table I, 1°, dont on a parlé au n° 21, doivent être considérés comme les graduations des termes du pèse-liqueur à unité variable centigrade correspondant aux divers termes du pèse-liqueur à unité fixe centigrade, inscrits dans la troisième colonne, même table, calculés au n° 27.

Les nombres en question, dont on a aussi parlé au n° 24, doivent, dans la table I, 2°, être considérés comme les graduations des termes du pèse-liqueur à unité fixe centigrade correspondant aux divers termes du pèse-liqueur à unité variable centigrade, inscrits dans la troisième colonne, même table, et calculés au n° 29.

33. En comparant les deux espèces de pèse-liqueurs duodécimaux fournis par les valeurs de $m = m' = 144$, la correspondance de leurs graduations serait donnée par la formule $nn' = 20736$.

34. S'il s'agissait enfin des deux espèces de pèse-liqueurs binaires fournis par les valeurs $m = m' = 128$, la correspondance de leurs graduations serait renfermée dans l'équation $nn' = 16384$.

Construction des pèse-liqueurs à unité variable cylindriques, à l'aide de l'étalon naturel.

35. Si l'on veut construire un pèse-liqueur à unité

variable avec un tube cylindrique (1) droit sur sa base, il suffit de le charger définitivement, de l'abandonner ensuite dans de l'eau distillée prise à la température de 4°, 4 du thermomètre centigrade, et de marquer avec soin le terme qui répond sur le tube à la surface de niveau de ce liquide. On obtient ainsi la longueur effective de l'*étalon naturel*, c'est-à-dire de la partie de cylindre immergée dans l'eau distillée, et comme sa division en m portions égales entre elles peut toujours s'opérer avec assez de promptitude, elle fournit de suite les divers degrés qui conviennent aux liquides plus pesans que l'eau distillée.

36. Pour tracer sur l'aréomètre les degrés qui conviennent aux liquides plus légers que l'eau distillée, il ne reste plus qu'à continuer à diviser la partie de cylindre supérieure au terme obtenu, comme et d'après l'inférieure, en partant de ce terme.

---

(1) Les anciens connaissaient les pese-liqueurs à unité variable cylindriques, car *Fannius* en donne une description citée dans les *Annales de Chimie*. Après avoir lesté un cylindre d'argent ou de cuivre bouché à son extrémité inférieure, avec un poids de forme conique, afin de l'obliger à s'immerger en partie dans l'eau, les anciens divisaient ensuite la longueur de cylindre immergée, l'*étalon naturel*, en autant de parties égales que le poids total de l'instrument contenait de scrupules. Les anciens ne tenaient donc pas comme nous à construire des pese-liqueurs du même genre, ce qui pourtant facilite beaucoup les moyens de s'entendre

37. D'un côté de l'échelle de cet instrument, on écrit sa graduation naturelle, en affectant le haut de chaque degré de son numéro d'ordre, l'origine étant à la base du cylindre.

Recherche de l'Etalon naturel des Pese-liqueurs de forme non entièrement cylindrique.

38. La forme irrégulière que l'on a coutume de donner à la partie inférieure *abs*, fig. 4, des aréomètres, dans le but de diminuer leurs dimensions et d'assurer en même temps la stabilité de leur équilibre dans les liquides essayés, s'oppose alors à ce que l'on puisse obtenir immédiatement la longueur effective de leur *étalon naturel*; il faut donc montrer comment on peut arriver, dans tous les cas, à son expression en unités quelconques.

Soit prolongé mentalement le tube cylindrique *abcd*, où doit se trouver l'échelle du pese-liqueur, jusqu'à ce que le volume *abfg* de ce prolongement, que je nommerai *tube supplémentaire*, soit équivalent à celui de la portion irrégulière *abs* de l'aréomètre, inférieure au tube cylindrique existant. Le pèse-liqueur transformé *cdabs* jouira de toutes les propriétés de l'aréomètre cylindrique *cdfg*, que cette considération lui substitue. Il aura donc le même étalon naturel *cefg*, et voici plusieurs manières d'en obtenir la valeur en unités de longueur quelconques.

39. Le moyen qui se présente d'abord se réduit à prendre directement la mesure du rayon r du tube cylindrique *cdab* de l'aréometre soufflé que l'on veut diviser, et à se donner la valeur de son poids définitif Π. Car l'équation du n° 2, $\Pi = \pi \frac{r^2 H}{1^3} P$ fournit $H = \frac{\Pi}{P} \frac{1^2}{\pi r^2} 1$, formule bien facile alors à calculer ou à construire graphiquement, et qui signifie que *la longueur de l'étalon naturel* H *est à l'unité de longueur* 1, *comme le produit du poids* Π *de l'instrument par l'unité* 1^2 *de surface, est au produit du poids* P *de l'unité de volume d'eau distillée par la surface* πr^2 *du cercle coupe du tube cylindrique existant de l'aréomètre.*

Exemple : soit $r = 0{,}35$ centimetres, si nous voulons que $\Pi = 10{,}51$ grammes, la valeur de l'étalon naturel correspondant se calculera par logarithmes de la manière suivante, en observant qu'actuellement $P = 1$ gramme.

Log Π =	1,0216027.
Log. 1^3 =	0,0000000.
Log. P =	0,0000000.
Log. π =	0,4971499.
Log. r^2 =	9,0881360.
	9,5852859.
Log. H =	1,4363168.

et passant du logarithme au nombre, $H = 27{,}3097$

centimètres : telle est la longueur de l'étalon naturel cherché.

40. Un autre moyen qui conduit à de bons résultats consiste dans les opérations suivantes : On charge d'abord l'instrument à diviser, de façon que son poids actuel ϖ' le force à s'enfoncer dans l'eau distillée prise à la température de 4,4 degrés centigrades, jusqu'à ce que quelques millimètres du bas de son tube soient immergés dans ce liquide, et l'on marque avec soin le terme *ab* où correspond alors la surface de l'eau. On charge ensuite une seconde fois l'aréomètre de manière que son nouveau poids ϖ'' ne permette la sortie de l'eau qu'à quelques millimètres de la partie supérieure de son tube, et l'on marque de même le nouveau terme *cd* de l'eau distillée. On mesure enfin exactement la longueur l de la portion *abcd* de cylindre qui le sépare du premier. Cela étant, le volume de cette portion *abcd* de cylindre est $\pi r^2 l$, donc le poids du volume d'eau qu'elle déplace est $\pi \frac{r^2 l}{1^3} P$, mais ce poids est encore égal par expérience à $\varpi'' - \varpi'$, donc, $\varpi'' - \varpi' = \pi \frac{r^2 l}{1^3} P$. En combinant cette équation avec celle $\Pi = \pi \frac{r^2 H}{1^3} P$ qui aurait lieu si l'aréomètre était entièrement cylindrique, on a $H = \frac{\Pi}{\varpi'' - \varpi'} l$, formule très-simple à calculer ou à construire graphiquement, et qui signifie que *la*

longueur de l'étalon naturel Π *est à la distance* l *des termes correspondant aux pesées extrêmes* ϖ', ϖ'', *comme le poids définitif* Π *de l'instrument, est à la différence* $\varpi''-\varpi'$ *de ces pesées extrêmes.*

Exemple : Supposons qu'un aréomètre soufflé donne $\varpi' = 21{,}3$ grammes, $\varpi'' = 29{,}6$ grammes et $l = 15{,}65$ centimètres; si l'on veut que le poids définitif de l'instrument $\Pi = 25$ grammes, comme $\varpi'' - \varpi' = 8{,}3$ grammes, on aura en opérant par logarithmes :

$$\text{Log. } \Pi = 1{,}3979400$$
$$\text{Log } l = 1{,}1945143.$$
$$\text{Somme} = 2{,}5924543.$$
$$\text{Log } (\varpi''-\varpi') = 0{,}9190781.$$
$$\text{Log. } H = 1{,}6733762.$$

et en passant au nombre, la valeur de l'étalon naturel cherchée est $H = 47{,}1385$ centimètres.

Construction des Pèse-liqueurs à unité variable et de forme non entièrement cylindrique, à l'aide de l'étalon naturel.

41. Après avoir obtenu, ainsi qu'il vient d'être enseigné, la longueur de l'étalon naturel relatif à un aréomètre de forme ordinaire, le tracé de l'échelle d'un pèse-liqueur à unité variable ne présente plus aucune difficulté. On sait déjà qu'elle résulte de la division de l'étalon mentionné en m portions égales

entre elles ou degrés. Il ne reste donc qu'à faire voir comment on doit arrêter l'échelle dans le tube de l'aréomètre à construire.

42. Si le terme de l'eau distillée correspondant au poids définitif Π se trouve sur le tube, il suffira de lui faire correspondre la ligne de division de l'échelle que l'on aura numérotée m, et celle-ci aura dans ce tube la position qu'elle doit y conserver.

43. Mais si le terme définitif de l'eau distillée ne peut être marqué sur la tige du pese-liqueur, ce qui arrive souvent lorsque avec des verres d'aréomètres de petites dimensions on veut essayer des liquides très-pesans ou très-légers, il faut obtenir sur leur tube un terme auxiliaire de l'eau distillée, connu de position relativement au vrai terme de ce liquide auquel il doit suppléer, en servant de repere à la graduation de l'instrument.

Le cas actuel étant reconnaissable à ce caractère, que le poids définitif Π du pese-liqueur n'est pas compris entre les *pesées* extrêmes ϖ', ϖ'' : avant de charger définitivement l'aréomètre, on rendra son poids actuel un multiple $\frac{n}{m}\Pi$ de son poids définitif, compris entre les pesées extrêmes et différant le moins possible de leur demi-somme $\frac{\varpi'+\varpi''}{2}$; on marquera avec soin le terme de l'eau distillée correspondant à cette charge. Ce *terme auxiliaire*, qui se trouvera ainsi placé vers le milieu de la tige du

pèse-liqueur, sera évidemment le haut d'un enfoncement h, tel que $\frac{h}{H}=\frac{\frac{n}{m}\text{n}}{\text{n}}$;

d'où résulte $h=n\frac{H}{m}$, c'est-à-dire que le terme auxiliaire sera le haut du $n^{\text{ème}}$ degré du pèse-liqueur considéré.

En faisant donc correspondre la ligne de division de l'échelle graduée n au terme auxiliaire obtenu, on aura donné à l'échelle la position qu'elle doit conserver dans le tube du pèse-liqueur à unité variable à construire.

Construction des Pèse-liqueurs a unité fixe, soit cylindriques, soit de forme ordinaire, a l'aide de l'étalon naturel.

44. Que le pèse-liqueur à diviser et à graduer soit ou non entierement cylindrique, on n'en pourra pas moins toujours trouver la longueur de son étalon naturel, ainsi que nous l'avons enseigné. Tout se réduira donc à obtenir dans l'équation $h=H\frac{p}{P}$ les valeurs de h correspondant à toutes celles de p dont on voudra marquer les termes sur l'échelle de l'instrument. Or, d'après les conventions faites, les valeurs de p à considérer sont fournies par des valeurs entières de n mises dans l'équation $p=n\frac{P}{m}$, où m indique le mode de division de la pesanteur

spécifique de l'eau distillée. Il suffira donc de calculer ou de construire (1) l'équation $h = \frac{m}{n} H$ pour toutes les valeurs entières de n, car alors il ne restera plus qu'à prendre, à partir de la base du cylindre supplémentaire, les fractions convenables h de l'étalon naturel, pour obtenir la division de l'échelle du pese-liqueur à construire.

45. Ainsi, pour avoir les valeurs de h relatives à un pèse-liqueur à unité fixe centigrade en centiemes de l'étalon naturel, on écrira à la fois $m = 100$, $H = 100$, et alors l'équation précédente deviendra $h = \frac{10000}{n}$, et fournira les nombres inscrits dans la 2e colonne de la table II, 2°, trouvés au nº 32. Ces nombres peuvent être actuellement considérés comme les hauteurs des divers degrés du pese-liqueur à unité fixe centigrade enregistrés dans la 1re colonne, au-dessus de la base de l'aréomètre cylindrique, en centiemes de l'étalon naturel.

46. S'il s'agissait d'un pèse-liqueur à unité fixe duodécimal, de celui, par exemple, pour lequel $m = 144$, en faisant $H = 100$, l'équation $h = \frac{14400}{n}$ four-

(1) J'ai imaginé deux instrumens particuliers que je nomme *pycnographes*, parce qu'ils donnent sur une échelle quelconque et avec la plus grande exactitude, le terme relatif à une pesanteur spécifique aussi quelconque assignée. L'un exécute l'énoncé qui termine le nº 12, l'autre construit d'une maniere neuve l'équation actuelle.

nirait les nombres inscrits dans la 2[e] colonne de la table I, 2°, trouvés au n° 29. Ces nombres peuvent ainsi être regardés comme les hauteurs des divers degrés du pèse-liqueur à unité fixe duodécimal enregistrés dans la 1[re] colonne, au-dessus de la base de l'aréomètre cylindrique, en centièmes de l'étalon naturel.

47. L'échelle étant ainsi obtenue, il ne reste plus qu'à l'arrêter dans le tube de l'aréomètre. Cela sera tout simple lorsque le terme de l'eau distillée correspondant au poids définitif de l'instrument arrivera sur le tube; puisque alors il suffira de lui faire correspondre la ligne de l'échelle numérotée *m*.

48. Dans le cas où le terme définitif de l'eau distillée ne peut se trouver sur le tube, il est nécessaire d'y obtenir un *terme auxiliaire* de ce liquide, connu de position relativement au premier. Pour cela, avant de charger définitivement le pèse-liqueur, on rendra son poids actuel un multiple $\frac{m}{n}\Pi$ de son poids définitif, différant le moins possible de la demi-somme $\frac{\varpi'+\varpi'}{2}$ des pesées extrêmes. Le terme de l'eau distillée, dans cette circonstance, sera évidemment le haut d'un enfoncement H', tel que $\frac{H'}{H}=\frac{\frac{m}{n}\Pi}{\Pi}=\frac{m}{n}$. Or, en désignant par P' la pesanteur spécifique correspondant au terme obtenu, on doit avoir $P'=P\frac{H}{H'}$, d'où résulte $P'=n\frac{P}{m}$. Le terme auxi-

liaire est donc sur le tube le lieu que doit y occuper la ligne de l'échelle graduée *n*, en sorte que la position de celle-ci est entièrement déterminée.

Construction des deux espèces de Pèse-liqueurs à unité variable et fixe, à l'aide de pesées successives.

49. Ce qui a été dit aux nᵒˢ 43 et 48 sur la recherche du *terme auxiliaire de l'eau distillée*, destiné à servir de repère à la position de l'échelle dans les tubes des pèse-liqueurs à unité variable et à unité fixe, est général, et s'applique immédiatement à la recherche des termes des divers degrés des deux espèces d'aréomètres mentionnés, quelle que soit d'ailleurs la forme du corps de l'instrument. On peut donc, à l'aide d'un nombre suffisant de pesées successives, parvenir à diviser un pèse-liqueur à unité variable ou à unité fixe, de forme même tout-à-fait irrégulière.

50. Ainsi, le plus simple moyen d'obtenir par des pesées successives la division d'un pèse-liqueur à unité variable irrégulier, correspondant à un pèse-liqueur cylindrique dont l'étalon naturel contiendrait *m* degrés égaux, *consiste à le charger de manière que ses poids soient toujours des multiples exacts n, de la fraction* $\frac{\Pi}{m}$ *de son poids définitif*; car le terme

correspondant à la charge $n \frac{\Pi}{m}$ est le haut du $n^{ième}$ degré de l'échelle.

51. On pourrait encore exprimer les charges mentionnées en centièmes de Π, ou de toute autre manière; mais alors leurs valeurs diverses ne seraient pas aussi simples que les précédentes, à moins qu'il ne s'agît de l'aréomètre à unité variable centigrade dans le premier cas. C'est ainsi que les nombres de la 4e colonne, table I, 1°, trouvés au n° 21, peuvent être considérés comme les valeurs des charges propres à obtenir les termes des degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal inscrits dans la 2e colonne, en centièmes du poids définitif de l'instrument. De même les nombres de la 3e colonne de la table II, 1°, calculés au n° 22, peuvent encore être pris pour les valeurs des charges propres à fournir les termes des degrés du pèse-liqueur à unité variable centigrade inscrits dans la première colonne, en 144es du poids définitif de l'instrument.

52. Quant aux pèse-liqueurs à unité fixe, la plus simple manière d'obtenir leur division par des pesées successives, est *de rendre toujours celles-ci un sous-multiple n du multiple mΠ du poids définitif de l'instrument*, m désignant le mode de division de la pesanteur spécifique de l'eau distillée; car le terme correspondant à la charge $\frac{m\Pi}{n}$ n'est que le bas du $n^{ième}$ degré de l'échelle.

53. On pourrait encore ici exprimer les charges dont nous venons d'énoncer les valeurs générales, en centiemes de Π, ou de toute autre maniere, mais leurs nouvelles expressions seraient moins simples que les précédentes. Ainsi les nombres enregistrés dans la deuxieme colonne de la table I, 2°, peuvent être considérés comme les valeurs des charges propres à obtenir les termes des degrés du pese-liqueur à unité fixe duodécimal inscrits dans la premiere colonne, en centièmes du poids définitif de l'instrument. De même les nombres qui composent la deuxieme colonne de la table II, 2°, peuvent être regardés comme les valeurs des charges propres à fournir les termes des degrés du pese-liqueur à unité fixe centigrade inscrits dans la première colonne, en centiemes du poids définitif de l'instrument.

Moyen de rendre les aréomètres extrêmement sensibles.

54. Un aréometre sera très-sensible, lorsque les termes correspondant à deux liquides dont les pesanteurs spécifiques différeront très-peu l'une de l'autre, comprendront entre eux une longueur de tube considérable. De sorte que lorsque l'échelle d'un areometre très-sensible aura une longueur ordinaire, les pesanteurs spécifiques relatives à ses divisions extremes différeront encore peu l'une de l'autre.

Soient donc p', p'', ces deux pesanteurs spécifiques, l la longueur de l'échelle un peu moindre que celle du tube de l'aréomètre, r le rayon de la section circulaire de ce tube, Π le poids de l'instrument et T la partie de son volume inférieure à l'échelle. D'après ce qui a été dit au n° 2, on aura à-la-fois

$$\Pi = \frac{T}{1^3} p' \text{ et } \Pi = \left(\frac{T + \pi r^2 l}{1^3} \right) p'';$$

d'où résulte $T p' = (T + \pi r^2 l) p'$,

ou bien $p' = p'' + \pi \frac{r^2 l}{T} p''$.

Donc, pour que p' diffère peu de p'', la quantité $\pi \frac{r^2 l}{T} p''$ doit être peu de chose, ce qui n'aura lieu qu'autant que la fraction $\frac{r^2}{T}$ sera fort petite.

Cette condition pourra être remplie par le constructeur d'aréomètres, soit en employant un tube très-délié, soit en soufflant le volume inférieur à la partie cylindrique, d'une grande dimension. Ce dernier moyen d'obtenir le résultat cherché ne pouvant être mis en pratique, à cause de la limite supérieure au-dessous de laquelle on a coutume de renfermer le volume des aréomètres, on est réduit à se servir de tubes d'un très-petit rayon pour construire les aréomètres destinés à offrir une grande sensibilité.

55. On ne pourra plus alors introduire dans le tube de l'aréomètre une échelle tracée sur du papier, comme cela se pratique, en sorte que pour obvier à cet inconvénient, il faudra recourir à l'artifice

ingénieux que M. *Deparcieux* a indiqué dans un de ses mémoires sur son projet du canal de l'Yvette. Cet artifice consiste à adapter l'échelle de l'instrument à une des parois du vase où on met le liquide à essayer. Dans cette position, c'est l'extrémité supérieure du tube filiforme surmontant le volume T, qui indique sur l'échelle divers points relatifs aux enfoncemens correspondans de l'aréomètre dans les liquides essayés.

56. En appliquant à la division et à la graduation de cette échelle la théorie développée, on verra facilement qu'elle doit être en tout semblable à celle qu'on introduirait dans l'aréomètre, si la chose était possible, que sa direction seule doit être changée. En d'autres mots, les divisions qui dans l'échelle des aréomètres de forme ordinaire se trouvent au-dessus du terme de l'eau distillée, devront se trouver dans le même ordre au-dessous du même terme dans l'échelle considérée, et réciproquement. De plus, la surface du liquide à essayer devra toujours aboutir au même point de l'échelle auquel arrivait celle de l'eau distillée, lorsqu'en présentant l'échelle à l'aréomètre, on faisait correspondre le terme de l'eau distillée de l'échelle à l'extrémité supérieure du tube filiforme de l'aréomètre, abandonné dans ce liquide.

CHAPITRE II.

Examen du premier Pèse-sel de Baumé, et comment il le construisait.

57. L'application de la théorie des pèse-liqueurs développée, à la recherche des propriétés des aréomètres existans, et des moyens de les rendre comparables dans le cas où l'on persisterait à s'en servir encore, se présente comme une des plus utiles.

Je vais donc commencer l'examen de ces instrumens par les aréomètres de Baumé, au sujet desquels j'ai vu une longue dissertation dans l'Encyclopédie méthodique, sans y trouver de règle générale pour conclure la pesanteur spécifique d'un liquide essayé, de la graduation du degré que ces aréometres y indiquent.

Afin d'être plus clair, il convient d'examiner tour à tour les divers moyens qu'employait Baumé pour construire ses instrumens : et d'abord s'il voulait obtenir son pèse-sel, il abandonnait un verre d'aréomètre ordinaire dans de l'eau distillée prise à la température moyenne de l'atmosphère; il lestait cet instrument jusqu'à ce que son poids total ne laissât sortir de l'eau que quelques millimètres de l'extrémité supérieure de son tube cylindrique, renfermant le morceau de papier sur lequel il devait tracer l'échelle; et il marquait avec soin le terme

actuel de l'eau sur le tube, pour y placer l'origine de la graduation en le numérotant o. Il plongeait ensuite l'instrument dans des dissolutions aqueuses de sel marin plus ou moins chargées; en général le bas du $n^{ième}$ degré de l'échelle de ce pèse-sel, c'est-à-dire le terme de son tube gradué n, était celui de son enfoncement dans une dissolution de n parties de sel marin dans ($100-n$) parties d'eau distillée, soumise à la température moyenne de l'atmosphère.

58. Il est clair qu'un pèse-sel ainsi construit ne peut donner immédiatement que le titre des dissolutions aqueuses de sel marin, ramenées à la température où elles se trouvaient lorsqu'elles ont servi à le diviser. Son nom est donc trop général, car on sait que les pesanteurs spécifiques des dissolutions analogues d'antres sels, forment autant de séries différentes qu'il y a d'espèces, séries qui varient elles-mêmes avec la température de ces dissolutions.

59. Au reste, jusqu'à ce qu'on ait étudié la loi que suivent les dissolutions aqueuses de sel marin mentionnées, rien ne démontre que les degrés ou intervalles des termes qu'elles servent à déterminer, soient d'une même étendue sur un tube parfaitement cylindrique.

Moyen d'obtenir la pesanteur spécifique des liquides avec le premier Pèse-sel de Baumé.

60. Pour obtenir le poids spécifique des liquides avec le *Pèse-sel de Baumé*, il est donc nécessaire de me-

surer d'avance, d'une manière quelconque, les pesanteurs spécifiques des dissolutions salines qui ont servi à le construire, pour en former un tableau.

61. On peut encore déduire ces pesanteurs spécifiques, des élémens d'un pèse-sel déjà construit, en employant la méthode suivante. Soit Υ le volume inconnu de la partie d'un pèse-sel inférieure au terme de l'eau distillée numéroté 0, soit Π le poids total de l'instrument, r le rayon de son tube, et l la distance qui sépare sur son échelle, le terme de l'eau distillée du bas du $n^{ième}$ degré, auquel répond la pesanteur spécifique P_n dont il s'agit de trouver l'expression en fonction de celle P de l'eau distillée.

On a déjà remarqué qu'un corps abandonné dans un liquide quelconque, en déplace toujours un volume dont le poids égale le sien propre ; donc π étant le rapport de la circonférence au diamètre, on a les deux équations $\Pi = \frac{\Upsilon}{1^3}P$,

et $\Pi = \left(\frac{\Upsilon - \pi r^2 l}{1^3}\right) P_n$.

Éliminant Υ, il vient $P_n = \frac{\Pi P}{\Pi - \pi \frac{r^2 l}{1^3} P}$,

telle est la formule qui donne la pesanteur spécifique correspondant à un degré quelconque du pèse-sel considéré. On peut donc s'en servir pour calculer la table dont il faudra être muni, lorsqu'on voudra peser les liquides avec cet instrument.

62. La méthode exposée s'applique évidemment à tout autre aréomètre divisé d'après une loi quelconque, même arbitrairement, tels que certains de ceux que l'on trouve dans le commerce.

63. Si, dans ce cas, l'on voulait avoir la pesanteur spécifique correspondant à un terme situé au-dessus de celui de l'eau distillée, il faudrait donner à *l* le signe négatif; en sorte que la formule serait

$$P_n = \frac{n P}{n + n \frac{r^2 l}{1^3} P}$$

Étendue de l'échelle du premier Pèse-sel de Baumé.

64. On sait que l'eau distillée, soumise à la température moyenne de l'atmosphère, ne dissout qu'environ le tiers de son poids de sel marin. Il est donc évident que l'étendue de l'échelle du pèse-sel construit d'après la méthode précédente, sera fournie par la valeur de n tirée de l'équation $\frac{100-n}{n} = 3$, qui donnant $n = 25$, fait voir que l'échelle du premier pèse-sel de Baumé n'aurait guère plus de 25 degrés d'étendue.

Examen du second Pèse-sel de Baumé.

65. C'est sans doute l'impossibilité de donner une étendue convenable à l'échelle de son premier pèse-sel, qui força Baumé à indiquer un autre moyen de construction par lequel il croyait l'obtenir.

Après avoir marqué sur le tube de l'instrument les seuls deux termes du premier pèse-sel numérotés 0 et 15, à l'aide de l'eau distillée et d'une dissolution de 15 parties de sel marin dans 85 parties d'eau distillée, soumises à la température moyenne de l'atmosphère, Baumé prit pour étalon la distance qui sur le tube séparait les deux termes obtenus : il la divisa en 15 parties égales ou degrés, et il continua à diviser et à graduer le restant du tube de l'aréomètre comme et dans le sens de l'étalon.

66. D'après cette construction, il est visible que le nouvel aréomètre ne peut plus donner le titre des dissolutions aqueuses de sel marin, car rien n'indique l'identité de ce second mode de division avec le premier, et l'on peut affirmer au contraire qu'il existe entre eux des différences essentielles (39).

De l'Étalon naturel du second Pèse-sel de Baumé, et divers moyens d'en obtenir la valeur.

67. Le second pèse-sel de Baumé appartient évidemment à l'espèce d'aréomètres que nous avons désignés sous le nom de *pèse-liqueurs à unité variable*. Aussi est-on conduit à une formule assez simple, liant la graduation usitée de ses degrés aux pesanteurs spécifiques correspondantes.

D'après ce qui a été dit au sujet des aréomètres mentionnés, on doit déjà prévoir que la recherche de cette formule ne dépend que de celle de la valeur

de l'*étalon naturel* du pèse-sel considérée en degrés de cet instrument; valeur que l'on peut obtenir de plusieurs manières.

68. En effet, conservons la notation employée, représentons par p_{15} la pesanteur spécifique de la dissolution saline qui sert à trouver le terme de l'échelle gradué 15, et par ι la longueur de tube embrassée par chaque degré de l'échelle, on aura

$$\frac{p}{p_{15}}=\frac{H-15\iota}{H}=1-15\frac{\iota}{H},$$

d'où l'on tire de suite

$$\frac{H}{\iota}=15\frac{p_{15}}{p_{15}-p}.$$

Or $\frac{H}{\iota}$ n'est autre chose que le nombre constant m de degrés contenus dans l'étalon naturel; il peut donc être facilement calculé.

69. Au reste cette formule est générale, en sorte que si p_n représente la pesanteur spécifique correspondant au degré du pèse-sel gradué n, on aura toujours $m=n\frac{p_n}{p_n-p}$.

Si donc on mesure p_n à l'aide d'un procédé quelconque, et n avec un pèse-sel construit, on pourra se servir des nombres obtenus pour passer à la valeur de m.

Exemple. Je trouve dans des expériences de M. *Vauquelin* que la pesanteur spécifique 126, celle de l'eau distillée étant 100, répondait au 30ième degré du pèse-sel de *Baumé*.

Partant $m = 30 \frac{126}{126-100} = \frac{3780}{26}$,

ou en opérant la division $m = 144,13846$. Telle est la valeur de l'étalon naturel en degrés du pèse-sel employé à l'expérience.

70. On peut encore arriver, comme il suit, à la valeur de m, en se servant des élémens d'un pèse-sel déjà construit. Car si on mesure le poids d'un tel instrument, ainsi que le rayon de son tube et l'étendue de ses degrés sur l'échelle, l'équation $\Pi = \pi \frac{r^2 H}{1^3} P$ donne de suite $\frac{H}{\iota} = m = \frac{1^3 \Pi}{\pi r^2 \iota P}$, expression facile à calculer.

Exemple. Un pèse-sel construit me donne les valeurs suivantes : $\Pi = 10^{gram.} 51$, $r = 0^{centimèt.} 35$, $\iota = 0^{centimèt.} 19$. Opérant par logarithmes, et observant que dans le cas actuel $P = 1^{gramme}$, ce qui fait que log. P = log. $1^3 = 0$, on a

Log. π = 0,4971499.
Log. r^2 = 9,0881360.
Log. ι = 9,2787536.

Somme = 8,8640395.
Log. Π = 1,0216027.

Log. $\frac{H}{\iota}$ = 2,1575632 = log. m.

Passant du logarithme au nombre $m=143,73520$. Telle est la valeur de l'étalon naturel du pèse-sel analysé, en degrés de son échelle.

71. Les nombreuses valeurs numériques auxquelles j'ai été conduit par ces formules, m'ont donné pour résultat moyen $m=144$; ce qui signifie que si l'on emploie pour construire le second pese-liqueur de Baumé, un cylindre droit sur la base, en le divisant entièrement comme et d'après l'étalon adopté par ce chimiste, la longueur de cylindre inférieure au terme de l'eau distillée ou l'*étalon naturel*, contiendra sans erreur sensible 144 degrés, nombre assez remarquable, et qui pourtant n'est dû qu'au hasard.

72. *Le second pèse-sel de Baumé n'est donc qu'un pèse-liqueur à unité variable duodecimal, gradué d'une manière arbitraire*, puisque le terme de l'eau distillée qui devrait porter le nombre 144 sert d'origine à sa graduation usitée, courant en sens inverse de sa graduation naturelle.

Des Pèse-sels usités entièrement comparables ou construits d'après l'étalon naturel.

73. Ce qui précède suffit pour démontrer qu'en substituant à l'étalon adopté par Baumé celui que je nomme *étalon naturel*, dont la recherche ne dépend que de la pesanteur spécifique de l'eau distillée, laquelle est toujours la même à température

égale, on se procurera des *pèse-liqueurs entièrement comparables.* Au contraire la pureté plus ou moins grande du sel marin employé dans la méthode ordinaire de construction, influe, aussi-bien que l'évaporation, sur la pesanteur spécifique de la dissolution saline, qui, combinée avec l'eau distillée, fournit l'étalon de Baumé, base de division des pèse-sels usités, qui n'a pas ainsi tout le degré de fixité désirable.

74. A ces motifs de préférence se joint encore le suivant, qui n'est pas le moindre : l'étalon d'où l'on part, en suivant la méthode de Baumé, n'occupe qu'une assez petite portion du tube de l'aréomètre; tandis que la recherche de l'étalon naturel repose sur des mesures qui en embrassent toute l'étendue. Dans tous les cas, l'étalon naturel est donc plus près que l'étalon ordinaire, de convenir mathématiquement à toute la longueur du tube de l'aréomètre.

Moyen général d'obtenir la pesanteur spécifique des liquides avec les pèse-sels usités comparables.

75. Baumé mettant l'origine de la graduation de ses pèse-sels au terme de l'eau distillée, et comptant les degrés à partir de ce terme vers la base du cylindre qui renferme l'échelle, il est clair que le nombre N de degrés immergés dans un liquide dont la superficie passe par le trait de l'échelle numérotée N par exemple, est $(144-N)$. La corres-

pondance de la graduation du pèse-sel de *Baumé* à celle du pèse-liqueur à unité variable duodécimal caché sous sa graduation, est donc exprimée par l'équation $N' = 144 - N$. C'est de cette formule que l'on déduit les nombres inscrits dans la seconde moitié de la 2e colonne de la table I 1°, qui sont aussi les divers degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal correspondant aux degrés du pèse-sel de Baumé, rendu comparable, inscrits dans la 1re colonne.

76. En désignant par $P_n\ P_{n'}$ les pesanteurs spécifiques des liquides qui répondent aux traits de l'échelle du pese-sel comparable gradués $n\ n'$, on a évidemment $\frac{P_n}{P_{n'}} = \frac{144 - n'}{144 - n}$.

Cette formule indique que *les pesanteurs spécifiques de deux liquides quelconques sont en raison inverse des excès de 144, sur les nombres de degrés qu'ils marquent au pèse-liqueur à unité variable duodecimal comparable, gradué à l'ordinaire.*

77. Si l'on compare la pesanteur spécifique d'un liquide quelconque à celle de l'eau distillée, la formule précédente se réduit à $\frac{P_n}{P} = \frac{144}{144 - n}$;
c'est-à-dire que *la pesanteur spécifique d'un liquide quelconque est à celle de l'eau distillée, comme* 144 *est à l'excès de ce nombre sur le nombre de degrés*

que le liquide considéré marque au pèse-sel comparable.

78. Si l'on prend la pesanteur spécifique de l'eau distillée pour unité de mesure, en la concevant divisée en 100èmes, on aura enfin

$$p = \frac{14400}{144 - n}.$$

C'est de cette valeur de $\frac{p}{n}$ que je me suis servi pour calculer, dans l'hypothèse actuelle, les pesanteurs spécifiques des liquides indiquant les divers degrés des pèse-sels comparables. Les résultats de mes calculs sont consignés dans la seconde moitié de la 3e colonne de la table I, 1°.

Les nombres de cette demi-colonne doivent actuellement être regardés comme les pesanteurs spécifiques des liquides indiquant les divers degrés du pèse-sel comparable, inscrits dans la 1re colonne, ou (n° 27) les divers degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, inscrits dans la 2e colonne de la même table, ce qui est la même chose, en 100èmes de la pesanteur spécifique de l'eau distillée.

79. De ce qui vient d'être dit, on doit conclure que la graduation arbitraire de Baumé ne conduit pas aussi simplement aux pesanteurs spécifiques des liquides, que la graduation naturelle du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, auquel son procédé de construction l'a conduit par hasard ; car n et n' étant les nombres de cette nouvelle graduation cor-

respondant aux termes de deux liquides dont $\frac{P}{n}$ et $\frac{p}{n'}$ sont les pesanteurs spécifiques, on a n° 8, $\frac{\frac{p}{n'}}{\frac{P}{n}} = \frac{n'}{n}$.

Formule plus simple que celle qui résulte de la graduation de Baumé, et qui indique que *les pesanteurs spécifiques de deux liquides sont en raison inverse des nombres de degrés qu'ils marquent au pèse-liqueur à unité variable duodécimal, naturellement gradué.*

80. Si l'un des liquides considérés est l'eau distillée, on a $\frac{\frac{P}{n}}{P} = \frac{144}{n}$.

Cette formule fait voir que la *pesanteur spécifique d'un liquide quelconque est à celle de l'eau distillée, comme* 144 *est au nombre de degrés que le liquide considéré marque au pèse-liqueur mentionné.*

81. Si l'on prend la pesanteur spécifique de l'eau distillée pour unité de mesure, on aura enfin $\frac{P}{n} = \frac{144}{n}$; ce qui fait voir qu'en énonçant *qu'un liquide marque n degrés*, par exemple, *au pèse-liqueur à unité variable duodécimal*, c'est dire brièvement que *sa pesanteur spécifique est les* $\frac{144}{n}$ ièmes *de celle de l'eau distillée.*

82. *Si l'on prenait* au contraire *la pesanteur spécifique du liquide essayé pour unité*, on aurait

$P = \frac{n}{144}$; c'est-à-dire que *la pesanteur spécifique de l'eau distillée serait les* $\frac{n}{144}^{\text{ièmes}}$ *de celle de ce liquide.*

Examen du Pèse-esprit de Baumé.

83. J'arrive maintenant au *pèse-esprit de Baumé*, que ce chimiste construisait en se servant du terme de l'eau distillée qu'il graduait 10°, et du terme d'une dissolution de dix parties de sel marin dans quatre-vingt-dix parties d'eau distillée, qu'il graduait 0°, pour y placer l'origine de la graduation de l'instrument. L'intervalle de ces deux termes sur le tube, obtenus à la température moyenne de l'atmosphère, lui servait d'étalon qu'il divisait en dix parties égales ou degrés, et il continuait à diviser et à graduer le restant du tube de l'aréomètre comme et dans le sens de l'étalon. Bien entendu que pour donner toute l'étendue possible à l'échelle d'un instrument soufflé, son poids devait être tel que le terme de l'eau distillée se trouvât au bas du tube.

84. Il est aisé de voir que les degrés du pèse-esprit ne sont pas mathématiquement identiques avec ceux du second pèse-sel. Toutefois ce qui va suivre montrera combien peu ils en diffèrent.

De l'étalon naturel du Pèse-esprit de Baumé.

85. Le *pèse-esprit de Baumé est évidemment encore un pèse-liqueur à unité variable*; et en répétant ici ce que j'ai dit au sujet de l'étalon naturel du second pèse-sel, j'arriverais à des formules semblables à celles obtenues aux n°s 68, 71, pour en calculer la valeur en degrés de l'échelle de l'instrument; en sorte que l'on a encore, en conservant la notation adoptée, $m = \frac{1^3 \Pi}{\pi r^2 1 P}$ et $m = 10 \frac{P_0}{P_0 - P}$, P_0 étant la pesanteur spécifique de la dissolution saline qui a servi à marquer le terme de l'échelle gradué zéro.

86. On doit observer encore ici, comme au n° 69, que la formule précédente peut être généralisée et mise dans le cas actuel, sous la forme

$m = (n - 10) \frac{P_n}{P - P_n}$. Cette valeur de m est facile à calculer lorsqu'on a mesuré la pesanteur spécifique P_n d'un liquide quelconque, et observé le degré n qu'il indique à un pèse-esprit construit.

Exemple. Je trouve dans le *Traité de pharmacie de Baumé*, que l'alcohol dont il fit usage dans ses expériences sur l'emploi du pèse-esprit, y marquait 37 degrés, à la température de la glace fondante.

En déduisant d'ailleurs la pesanteur spécifique de cet alcohol, par la comparaison de son volume à celui d'un pareil poids d'eau distillée, dont *Baumé* énonce les valeurs, on obtient pour elle 84,2105 prenant 100 pour celle de l'eau distillée. Partant, il en résulte $m = (37 - 10)\frac{84,2105}{100 - 84,2105} = 27\,\frac{84,2105}{15,7895}$, ou, en effectuant les opérations indiquées,

$$m = 143,99973.$$

Ce nombre, qui ne differe de 144 que de 0,00027, est la valeur de l'étalon naturel du pèse-esprit dont se servit *Baumé*, en degrés de sa propre échelle.

87. Outre les formules mentionnées, il existe, dans le cas actuel, un autre moyen praticable d'arriver à la valeur de m en se servant d'un pèse-esprit donné. Soit en effet désigné par ϖ le poids dont il faut le surcharger, pour que le dernier degré n de son échelle s'immerge dans l'eau distillée, on a évidemment alors $\frac{\Pi}{\varpi} = \frac{m}{n - 10}$;

d'où résulte $m = (n - 10)\frac{\Pi}{\varpi}$: formule très-propre au calcul.

88. Les valeurs numériques fournies par les formules précédentes, ont donné pour m un uombre moyen ne différant pas sensiblement de 144. On peut donc regarder ce dernier nombre, comme devant être la vraie valeur de l'étalon naturel du pèse-esprit de Baumé en degrés de l'instrument. *Ce pèse-esprit n'est donc encore qu'un pèse-liqueur à unité variable*

duodécimal gradué d'une manière arbitraire; puisque le terme de l'eau distillée qui devrait porter le nombre 144, n'est affecté que du nombre 10.

Moyen général d'obtenir la pesanteur spécifique des liquides avec les pèse-liqueurs, dits pèse-esprits, comparables, gradués à l'ordinaire.

89. En graduant les pèse-esprits comparables comme le faisait *Baumé*, le terme de l'eau distillée sera numéroté 10; en sorte que le nombre N' de degrés, véritablement immergés dans un liquide dont le terme est gradué N, est $144 + (N - 10)$, ou bien $134 + N$.

La correspondance de la graduation du pèse-esprit de *Baumé*, avec celle du pèse-liqueur à unité variable duodécimal qui doit le remplacer, est donc fournie par l'équation $N' = 134 + N$.

On s'est servi de cette formule pour obtenir les nombres de la première moitié de la 2e colonne de la table I, 1°, qui sont ainsi la désignation des degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, correspondant aux divers degrés du pèse-esprit de Baumé, inscrits dans la première moitié de la 1re colonne de la même table.

90. Si donc $p_n\ p_{n'}$ sont les pesanteurs spécifiques de deux liquides indiquant les termes d'un pèse-esprit

comparable gradués n et n, on a l'équation $\frac{P_n}{P_{n'}} = \frac{134+n'}{134+n}$ analogue à celle obtenue n° 76 pour le pèse-sel comparable, et qui sert au même usage.

91. Lorsque le second liquide est l'eau distillée il vient $\frac{P_n}{P} = \frac{144}{134+n}$, formule dont on a aussi vu l'analogue n° 78, et qui a servi à calculer dans le cas de $P = 100$, la première moitié de la 3e colonne de la table I 1°. Les nombres qui la composent sont ainsi en 100èmes de la pesanteur spécifique de l'eau distillée, les pesanteurs spécifiques des liquides indiquant soit les divers degrés du pèse-esprit rendu comparable, inscrits dans la 1re colonne, soit les degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, inscrits dans la 2e colonne, ce qui est la même chose.

92. On doit encore ici conclure que la graduation arbitraire des pèse-esprits de Baumé conduit moins simplement à la pesanteur spécifique des liquides, que la graduation naturelle du pèse-liqueur a unité variable duodécimal, masqué sous cette graduation. Si l'on compte en effet les 144èmes de l'étalon naturel à partir de la base du *cylindre supplémentaire* pour origine, le terme de l'eau distillée sera toujours gradué 144, et les deux équations trouvées en parlant des pese-sels comparables, savoir : $\frac{P_n}{P_{n'}} = \frac{n'}{n}$ et $\frac{P_n}{P} = \frac{144}{n}$ subsistent encore pour

les pèse-esprits comparables avec les mêmes significations.

93. Un seul pèse-liqueur à unité variable duodécimal, si son échelle est assez étendue, servira donc à peser à la fois les liquides plus pesans et plus légers que l'eau distillée. Cette échelle unique et continue, me paraît devoir être préférée aux deux échelles tronquées et disjointes des pèse-sels et pèse-esprits de Baumé.

Examen du pèse-esprit de Cartier.

94. On trouve dans le commerce des pèse-esprits à degrés égaux au nom de *Cartier*, orfévre que *Baumé* employait à la construction du corps de ses aréomètres d'argent. Quelques personnes croient qu'ils ont des avantages sur les pèse-esprits du chimiste : cependant leur examen m'a prouvé que non-seulement ils n'en avaient aucun, mais encore qu'il n'existe pas de pèse-esprits moins comparables entre eux. Il ne me sera pas difficile de prouver que la préférence donnée aux pèse-esprits de Cartier est conforme à cette vérité singulière, que souvent de prétendus perfectionnemens faits à des inventions utiles par des personnes incapables d'en apprécier le mérite, ont obtenu le suffrage du caprice des hommes, au détriment de ces inventions elles-mêmes.

Les résultats suivans montreront combien le mode de division du pèse-esprit de Cartier est arbitraire, incertain. Une échelle de correspondance des divi-

sions de divers aréomètres, que M. Vincent, successeur de Cartier, fit graver en 1805, donne les correspondances suivantes des degrés de ce pèse-esprit à la pesanteur spécifique, en 1000^{ièmes} de celle de l'eau distillée.

DEGRÉS du pèse-esprit de Cartier.	PESANTEUR SPÉCIFIQUE en 1000^{ièmes} de celle de l'eau distillée.
10	1000
12	985
13	978
16	957
17	950
19	937
24	905
30	870
42	805

En introduisant ces nombres dans la formule générale du n° 86, elle donne pour la quantité de degrés contenus dans l'étalon naturel du pèse-esprit mentionné, les nombres suivans.

131. 333
133. 363
133. 534
133. 000
133. 857
133. 868
133. 846
134. 102

dont la somme........ 1064. 403 .. fournit pour valeur moyenne 133. 050375

ou 133 degrés en nombre rond.

95. Il reste donc démontré que le pèse-esprit de *Cartier* a obtenu à tort la préférence sur celui de *Baumé*, puisque le nombre premier 133 est loin de jouir des propriétés qui rendent si remarquable le nombre 144. Une seconde gravure de M. Vincent, corrigée par lui-même et que j'ai en main, fait toujours correspondre le 10e degré de l'échelle du pèse-esprit de Cartier à la pesanteur spécifique de l'eau distillée prise égale à 1000, tandis que le 42e degré y correspond à la pesanteur spécifique 800. Ces nombres, substitués dans la formule citée, donnent pour la longueur de l'étalon naturel 128 degrés. La différence de ce nombre à celui 133, précédemment obtenu, est assez grande pour justifier toutes les erreurs de correspondance que l'on observe entre les échelles de plusieurs instrumens du genre que je viens d'examiner.

96. De ce qui précède on doit conclure que parmi les pèse-esprits au nom de *Cartier* répandus dans le commerce, il doit en exister quelques-uns qui sont par hasard de vrais *aréomètres à unité variable binaires*, défigurés par une graduation arbitrairement choisie.

CHAPITRE III.

Moyens d'obtenir, à l'aide des deux espèces de pese-liqueurs comparables, le poids d'un volume donné d'un liquide connu.

97. Dans les divers problèmes que l'on peut se proposer tant sur le transport des liquides que sur leur poussée contre les parois des vases qui doivent les contenir, on a besoin de connaître le poids d'un volume donné d'un liquide assigné, ou réciproquement le volume d'un poids connu de ce liquide. Il convient donc de faire voir que les deux especes de pese-liqueurs décrits peuvent servir à résoudre ces deux problèmes, avec une approximation suffisante pour l'objet que nous avons indiqué.

98. Remarquons d'abord que quel que soit le volume de liquide à peser, tout se réduit évidemment à obtenir le poids de l'hectolitre; car ce poids trouvé, une simple multiplication fournira le poids du nombre d'hectolitres à peser.

99. *Essayons d'abord le liquide à peser avec un pese-liqueur à unité variable quelconque.* S'il y marque le degré n, on aura n° 6, entre sa pesanteur spécifique p et celle P de l'eau distillée, l'équation $p = \frac{m}{n} P$.

Prenant donc pour unite actuelle de volume l'hectolitre, P qui est le poids de l'eau distillée sous l'unité de volume vaudra 100 kilogrammes, de sorte que le poids de l'hectolitre du liquide considéré $p = \frac{m}{n} 100^{\text{kilog.}}$

100. Si donc le liquide est essayé avec un pèse-liqueur à unité variable centigrade, comme alors $m = 100$, le poids de l'hectolitre de liquide $p = \frac{10,000^{\text{kilog.}}}{n}$. On tire de là la règle suivante, *le poids de l'hectolitre d'un liquide, égale dix mille kilogrammes divisés par le nombre inscrit au terme qu'il indique à un pèse-liqueur à unité variable centigrade.*

Les résultats du calcul de la formule précédente pour les diverses valeurs entières de n, se trouvent inscrits dans la 2[e] colonne de la table II 1°. Ces nombres, obtenus déjà aux n[os] 11 et 32, peuvent être considérés comme les poids en kilogrammes, de l'hectolitre des liquides indiquant les divers degrés du pèse-liqueur à unité variable centigrade, inscrits sur la même ligne dans la 1[re] colonne.

101. Si le liquide était essayé avec un pèse-liqueur à unité variable duodécimal, pour lequel $m = 144$, on aurait alors $p = \frac{14,400^{\text{kilog.}}}{n}$, c'est-à-dire que *le poids de l'hectolitre du liquide considéré, est égal à quatorze mille quatre cents kilogrammes divisés par*

le nombre inscrit au terme qu'il indique sur un pese-liqueur à unité variable duodecimal.

Les résultats du calcul de la formule énoncée, pour les diverses valeurs entières de n, se trouvent inscrits dans la 3e colonne de la table I 1°. Ces nombres, déjà obtenus au n° 27, doivent être actuellement regardés comme les poids en kilogrammes, d'un hectolitre des liquides indiquant les divers degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, inscrits vis-à-vis dans la 2e colonne.

102. *Passons actuellement à l'emploi des pèse-liqueurs à unité fixe.* Si le liquide à peser indique à un tel aréomètre le terme gradué n, on a, n° 12, sa pesanteur spécifique $p = \frac{n}{m} P$. Si donc on prend l'hectolitre pour unité actuelle de mesure, $P = 100^{\text{kilog}}$, et il vient $p = \frac{n}{m}\, 100^{\text{kilog}}$.

103. Ainsi le liquide étant essayé avec un pèse-liqueur à unité fixe centigrade, on aura $m = 100$, et par suite $p = n^{\text{kilog}}$. De là cette règle : *le poids de l'hectolitre d'un liquide, est égal à autant de kilogrammes qu'il y a d'unités dans le nombre inscrit au terme qu'il indique à un pèse-liqueur à unite fixe centigrade.*

On a fait mention de cette règle, ou de la signification actuelle de la graduation du pèse-liqueur à unité fixe centigrade, dans la 1re colonne de la table II 2°.

104. Il faut conclure de ce qui vient d'être dit, que l'emploi des pèse-liqueurs à unité fixe centigrades, pour résoudre le problème proposé, présente beaucoup de simplicité, et est plus avantageux que l'emploi des pèse-liqueurs à unité variable.

Moyens d'obtenir à l'aide des deux especes de pèse-liqueurs comparables, le volume d'un poids donné d'un liquide connu.

105. Afin de compléter l'énoncé du n° 97, nous allons chercher comment on peut arriver au volume d'un poids donné d'un liquide connu, à l'aide des deux especes de pèse-liqueurs comparables.

Pour cela je remarquerai d'abord qu'il suffit de trouver le volume d'un kilogramme du liquide considéré, car une simple multiplication servira à en déduire le volume total du nombre de kilogrammes à mesurer.

106. Cela posé, essayons le liquide avec un pèse-liqueur à unité variable quelconque, s'il y indique le degré n, cela signifiera que les volumes d'un même poids de ce liquide et d'eau distillée sont entre eux comme les nombres n et m. Or le volume d'un kilogramme d'eau distillée est le litre; donc le volume v d'un kilogramme du liquide sera fourni par l'équation

$$v = \frac{n}{m} \text{ litres.}$$

Digitized by Google

107. Si le liquide est essayé avec le pèse-liqueur à unité variable centigrade, $m = 100$, et alors $v = n$ centilitres. De là cette règle : *le volume d'un kilogramme d'un liquide quelconque, est égal à autant de centilitres qu'il y a d'unités dans le nombre inscrit au terme qu'il indique à un pèse-liqueur à unité variable centigrade.*

On a mentionné cette signification immédiate de la graduation du pèse-liqueur à unité variable centigrade, en tête de la 4e colonne de la table I 1°, de la 2e colonne de la table I 2°, de la 1re colonne de la table II 1°, et de la 2e colonne de la table II 2°.

108. En essayant le liquide avec un pèse-liqueur à unité variable duodécimal, pour lequel $m = 144$, on a $v = n \frac{1}{144}$ litres. Cela veut dire que *le volume d'un kilogramme d'un liquide quelconque, est égal à autant de cent quarante-quatrièmes de litre, qu'il y a d'unités dans le nombre affectant son terme sur un pèse-liqueur à unité variable duodécimal.*

Telle est la signification immédiate de la graduation du pèse-liqueur à unité variable duodécimal.

109. Si au lieu de 144^{ièmes} du litre, on voulait avoir le volume cherché en centilitres par exemple, on aurait $v = n \frac{100}{144}$ centilitres ; formule dont le calcul est fort simple.

C'est ainsi que les nombres inscrits dans la 4e colonne de la table I 1°, doivent être regardés comme

les valeurs en centilitres, du volume d'un kilogramme des liquides indiquant les divers degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, rangés sur la même ligne dans la 2e colonne.

110. Le liquide étant enfin essayé avec un pèse-liqueur à unité fixe quelconque, si n est le degré qu'il indique à cet instrument, on aura n° 12, entre la pesanteur spécifique p du liquide et celle P de l'eau distillée, l'équation $\frac{p}{P}=\frac{n}{m}$; or $\frac{h}{H}=\frac{P}{p}$ est n° 3 la relation qui doit exister entre les enfoncemens d'un aréomètre cylindrique dans un liquide quelconque et dans l'eau distillée, avec leurs pesanteurs spécifiques; donc $\frac{h}{H}=\frac{m}{n}$.

Cela posé, les enfoncemens h, H, sont proportionnels aux volumes des portions de l'aréomètre immergées dans les liquides considérés, et les poids des volumes de liquide déplacés sont égaux au poids de l'instrument. Si donc v et V sont ces volumes, il vient $\frac{v}{V}=\frac{m}{n}$, d'où $v=\frac{m}{n}V$.

111. Dans le cas où V égalera un litre, v sera le volume d'un kilogramme du liquide essayé, et sa valeur aura pour expression générale $v=\frac{m}{n}$ litres.

112. Servons-nous du pèse-liqueur à unité fixe centigrade, pour lequel $m=100$. Alors $v=\frac{100}{n}$ litres. Ainsi *le volume d'un kilogramme d'un liquide quel-*

conque, égale 100 litres divisés par le nombre inscrit au terme qu'il indique sur un pese-liqueur à unité fixe centigrade.

Les nombres que fournirait la formule précédente, réduits en centilitres, se trouvent inscrits dans la 2e colonne de la table II 2°. Tels sont en centilitres, les volumes d'un kilogramme des liquides indiquant les divers degrés du pese-liqueur à unité fixe centigrade, rangés vis-à-vis dans la 1re colonne.

113. Nous conclurons ici l'inverse de ce qu'on a dit au n° 104, c'est-à-dire que l'emploi des pèse-liqueurs à unité variable conduit avec plus de simplicité que celui des pèse-liqueurs à unité fixe, au volume d'un poids donné d'un liquide connu.

Moyens d'obtenir, à l'aide des pèse-liqueurs à unité fixe et à unité variable, le titre des liquides composés de deux substances particulières.

114. Un des plus importans services que les aréomètres puissent rendre au commerce, c'est de lui indiquer le titre des liquides composés de deux substances particulières de valeur différente; car ce titre doit être la principale cause du prix plus ou moins élevé qu'il doit attacher à un pareil liquide. Les arts chimiques exigent encore un semblable usage des aréomètres, quoique pour des motifs différens.

Or *le titre des mélanges* de deux substances particulières *est de deux sortes*, *les corps mélangés pouvant être mesurés au poids ou au volume.* Il convient donc de montrer ici, comment on peut appliquer à la recherche de ces titres les pese-liqueurs à unité variable et fixe : après quoi nous ferons voir comment on peut construire des aréometres qui les fournissent immédiatement.

115. *Première hypothèse.* Afin de traiter avec ordre la question actuelle, nous supposerons d'abord constans la température et le volume des corps mélangés, avant et après le mélange.

Dans ce cas, *le titre au poids d'un mélange de deux corps pourra être fourni par un pese-liqueur à unité variable, et le titre au volume de ce mélange par un pese-liqueur à unité fixe.*

116. Pour demontrer la premiere partie de cet énoncé, désignons par v v'' et v les volumes des corps mélanges et de leur melange à tarifer, sous l'unité g de poids. Désignons encore par ϖ' ϖ'', et par v' v'', les poids et les volumes respectifs des quantités de ces corps qui entrent dans le mélange. Nous aurons suivant l'hypothese:

$$\frac{v'}{v}=\frac{g}{\varpi'},\ \frac{v''}{v}=\frac{g}{\varpi''}\ \text{et}\ \frac{v}{v'+v''}=\frac{g}{\varpi'+\varpi''}.$$

Et par des combinaisons tres-simples de ces equations, il viendra

$$\frac{v''-v}{v''-v'}=\frac{\varpi'}{\varpi'+\varpi''}\quad \frac{v-v'}{v''-v'}=\frac{\varpi''}{\varpi'+\varpi''}\quad \frac{v''-v}{v-v'}=\frac{\varpi'}{\varpi''}.$$

117. Or, comme les volumes des liquides sous l'unité de poids sont proportionnels à leurs volumes sous un même poids quelconque, et par conséquent aussi proportionnels aux degrés marqués par ces liquides, à un même pese-liqueur à unité variable, il en résulte que v' v'' et v peuvent être considérés comme les degrés indiqués par les corps mélangés et leur mélange à tarifer, sur un tel pese-liqueur.

118. Cela étant, et supposant $v' < v''$, les deux premieres équations obtenues conduisent à la regle suivante.

Le poids $\left\{\begin{matrix} \varpi' \\ \varpi'' \end{matrix}\right\}$ *de la quantité du corps le plus* $\left\{\begin{matrix} \text{pesant} \\ \text{léger} \end{matrix}\right\}$ *entrant dans le mélange, est au poids total* $(\varpi' + \varpi'')$ *de ce mélange, comme la différence* $\left\{\begin{matrix} v''-v \\ v-v' \end{matrix}\right\}$ *des nombres de degrés indiqués sur un pèse-liqueur à unité variable, par le mélange et par le corps le plus* $\left\{\begin{matrix} \text{léger} \\ \text{pesant} \end{matrix}\right\}$*, est à la différence* $(v''-v')$ *des nombres de degrés indiqués par les deux corps mélangés au même pèse-liqueur.*

119 Cette régle contient implicitement la suivante, qui n'est que l'énoncé de la troisieme des équations obtenues.

Le poids ϖ *de la quantité du corps le plus pesant entrant dans le mélange, est au poids* ϖ' *de la quantité du corps le plus léger, comme la différence* $(v''-v)$

des nombres de degrés indiqués sur un pèse-liqueur à unité variable, par le mélange et le corps le plus léger qui le compose, est à la différence $(v - v')$ *des nombres de degrés indiqués au même pèse-liqueur, par le corps le plus pesant et le mélange à tarifer.*

120. Démontrons maintenant que *le titre au volume du mélange de deux corps peut être fourni par un pèse-liqueur à unité fixe*, et complétons ainsi l'énoncé du n° 115.

Ajoutons aux désignations convenues celles p' p'' p, des poids spécifiques des corps mélangés, et de leur mélange à tarifer, on aura évidemment les équations

$$\frac{p'}{\pi'} = \frac{1^3}{v'} \quad \frac{p''}{\pi''} = \frac{1^3}{v''} \quad \text{et} \quad \frac{p}{\pi' + \pi''} = \frac{1^3}{v' + v''}.$$

Cela posé, un calcul semblable à celui du n° 116 conduira aux résultats suivans :

$$\frac{p - p''}{p' - p''} = \frac{v'}{v' + v''} \quad \frac{p' - p}{p' - p''} = \frac{v''}{v' + v''} \quad \frac{p - p''}{p - p} = \frac{v'}{v''}.$$

121. Or p' p'' et p peuvent être regardés comme les degrés qu'indiqueraient à un même pèse-liqueur à unité fixe; les deux corps mélangés et leur mélange à tarifer, d'où il faut conclure qu'un tel pese-liqueur peut conduire, à l'aide dea formules précédentes, au titre au volume d'un mélange binaire quelconque.

122. La règle suivante découle des deux premieres équations obtenues, où l'on suppose $p' > p''$.

Le volume $\left\{ \begin{matrix} v \\ v'' \end{matrix} \right\}$ *de la quantité du corps le plus*

$\left\{\begin{matrix}\text{pesant}\\ \text{léger}\end{matrix}\right\}$ entrant dans le mélange, est au volume total $(v' + v'')$ de ce mélange, comme la différence $\left\{\begin{matrix}p - p''\\ p' - p\end{matrix}\right\}$ des nombres de degrés indiqués sur un pèse-liqueur à unité fixe, par le mélange et le corps le plus $\left\{\begin{matrix}\text{léger}\\ \text{pesant}\end{matrix}\right\}$, est à la différence $(p' - p'')$ des nombre de degrés indiqués par les deux corps mélangés au même pèse-liqueur.

123. La troisième équation fournit cette seconde règle, implicitement comprise dans celle qui précède.

Le volume v' de la quantité du corps le plus pesant entrant dans le mélange, est au volume v' de la quantité du corps le plus léger, comme la différence $(p - p'')$ des nombres de degrés indiqués sur un pèse-liqueur à unité fixe, par le mélange et le corps le plus léger qui le compose, est à la différence $(p' - p)$ des nombres de degrés indiqués au même pèse-liqueur, par le corps le plus pesant et le mélange à tarifer.

124. Au lieu de se servir des règles démontrées, *on pourrait, pour arriver au titre des mélanges binaires liquides de deux corps, faire usage de tables calculées d'avance*, à l'aide des formules que nous allons obtenir.

Les troisièmes des premières équations posées aux nos 116 et 120, peuvent être réunies et mises sous la forme suivante : $\frac{g}{p} = \frac{p}{1^3} = \frac{\varpi' + \varpi''}{v' + v''}$.

125. Cela étant, *il peut arriver* 1° *que l'on connaissé le poids spécifique des corps mélangés*, et que dans ce cas les proportions du mélange soient données ou au poids ou au volume. Quoi qu'il en soit, on aura toujours les équations du n° 120,

$$\frac{p'}{\varpi'} = \frac{1^3}{v'} \text{ et } \frac{p''}{\varpi''} = \frac{1^3}{v''}.$$

Eliminant v' et v'' de la formule précédente, il vient celle-ci : $\frac{g}{v} = \frac{p}{1^3} = \frac{\varpi' + \varpi''}{p''\varpi' + p'\varpi''} \cdot \frac{p'p''}{1^3}$,

dont on peut se servir pour calculer tant le poids spécifique p, que le volume v sous l'unité de poids g, d'un mélange fait dans des proportions quelconques données au poids, en partant des pesanteurs spécifiques particulières des deux corps mélangés.

126. Si les corps mélangés étaient mesurés au volume, il faudrait éliminer ϖ' et ϖ'', et l'on aurait alors $\frac{g}{v} = \frac{p}{1^3} = \frac{v'p' + v''p''}{(v' + v'')\,1^3}$; formule qui servira au même usage que la précédente, lorsque connaissant les poids spécifiques des corps mélangés, les proportions du melange seront données au volume.

127. 2° *Supposons maintenant que l'on connaisse les volumes v v' sous l'unité de poids g des corps composant le mélange*, on aura dans ce cas n° 116, $\frac{v'}{v} = \frac{g}{\varpi'}$ et $\frac{v''}{v''} = \frac{g}{\varpi''}$. Si donc les proportions du

mélange sont données au poids, on éliminera v et v' de l'équation posée d'abord, et il viendra :

$$\frac{g}{v} = \frac{p}{1^3} = \frac{\varpi' + \varpi''}{v'\varpi' + v''\varpi''}\,g.$$

128. Si au contraire les proportions du mélange étaient données au volume, il faudrait éliminer ϖ et ϖ', et l'on aurait alors :

$$\frac{g}{v} = \frac{p}{1^3} = \frac{v'v'' + v''v'}{v' + v''} \cdot \frac{g}{v'v''}.$$

Ces deux dernières formules serviront à calculer le poids spécifique p, et le volume v sous l'unité de poids g, d'un mélange fait dans des proportions quelconques au poids ou au volume, dans le cas où l'on partira de la connaissance des volumes v' v'' sous l'unité de poids g, des deux corps mélangés.

129. Il est manifeste, en se reportant aux remarques des nos 117 et 121, que les quatre formules démontrées aux nos précédens peuvent servir dans tous les cas, à calculer les degrés, tant du pèse-liqueur à unité fixe, que du pèse-liqueur à unité variable, que devra indiquer un mélange liquide de deux corps, opéré dans des proportions quelconques données au poids ou au volume. On pourra donc, pour chaque espèce de mélange en particulier, former quatre tables différentes : leur première colonne, divisée en deux cases, contiendra les nombres exprimant les proportions du mélange, soit au poids, soit au volume, et leur deuxième les degrés du pèse-liqueur à unité fixe, ou du pèse-liqueur à unité va-

riable calculés, correspondant à chaque proportion du mélange inscrite sur la même ligne dans les cases de la première colonne.

130. Ces tables formées, on essayera un mélange quelconque, ramené à la température pour laquelle on les aura calculées, avec un pèse-liqueur, soit à unité fixe, soit à unité variable; on cherchera le degré indiqué par ce mélange, dans la deuxième colonne de la table relative au pèse-liqueur employé (1), et à l'espece de titre que l'on désire connaître; et les nombres situés sur la même ligne dans les cases de la première colonne, donneront les proportions des quantités des deux corps entrant dans le mélange à tarifer.

131. C'est ainsi que les nombres composant les deux avant-dernières colonnes de la table III, déduits de la formule du n° 126, sont les degrés du pèse-liqueur à unité fixe centigrade que doivent indiquer, par les températures de 5 et de 15 degrés centésimaux, les *eaux-de-vie* ou mélanges d'*eau distillée* et d'*alcohol*, dont les proportions au volume

(1) Quoique la température des mélanges essayés ne soit pas celle des 4, 4 degrés centigrades, pour laquelle les deux espèces de pèse-liqueurs ont été construites, on n'en peut pas moins employer ces instrumens, comme nous l'avons déjà supposé, à cause que le verre dont ils sont ordinairement formés ne se dilate pas de 0,00083 de son volume, depuis la température de la glace jusqu'à celle de l'eau bouillante.

sont inscrites sur la même ligne à gauche de la table.

Si donc essayant une eau-de-vie avec le pese-liqueur mentionné, elle y indique 84, 8 degrés, par exemple, la température étant de 15 degrés centésimaux. On cherchera le nombre de degrés du pese-liqueur dans la colonne affectée à la température énoncée, et l'on verra sur la même ligne que l'eau-de-vie essayée contient 75 centiemes de son volume d'alcohol pur.

132. Quoique les regles énoncées aux n°s 118, 119, 122 et 123, obtenues par suite de l'hypothese faite au n° 115, soient générales, il sera pourtant convenable de les adapter à chaque espece de mélange à tarifer. On conçoit en effet que plusieurs des quantités indéterminées qui entrent dans la rédaction de ces régles, devenant constantes pour l'espèce de mélange, il doit être possible d'en simplifier l'énoncé.

Exemple. L'acide sulfurique concentré à 66 degrés du pese-sel de Baumé, et l'*eau distillée*, essayés avec un pese-liqueur à unité variable duodécimal, y indiquent respectivement 78 et 144 degrés. Cela étant, et se reportant à la règle du n° 118, on a $v' = 78$ $v'' = 144$, d'où $v'' - v' = 66$. Ainsi dans le cas où l'on voudra obtenir le titre au poids d'un mélange des deux liquides considérés, la régle mentionnée pourra être particularisée de la manière suivante.

L'excès de 144 sur le nombre de degrés indiqués par un acide sulfurique quelconque au pese-liqueur à unité variable duodécimal, donne en 66^{ièmes} de son poids,

celui de la quantité d'acide sulfurique concentré qu'il renferme.

133. On a fait mention des résultats de la règle précédente dans la quatrième colonne de la table IV, où sont inscrits en 66^{imes} du poids total des acides sulfuriques marquant divers degrés du pèse-sel de Baumé, ou divers degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal, les poids des quantités d'acide sulfurique concentré contenues dans ces acides. La cinquième colonne de la même table renferme les poids de ces quantités d'acide concentré en 100^{imes} du poids total mentionné : on pourra donc se servir de la table IV pour arriver dans l'hypothèse du n° 115, au titre des acides sulfuriques.

Ainsi, dans le cas où un acide sulfurique essayé avec un pèse-liqueur à unité variable centigrade y marquera 68,06 degrés, par exemple, on voit que le poids de la quantité d'acide sulfurique concentré contenue dans l'acide essayé, égalera 69,697 centièmes de son poids total.

134. Ce qu'on a dit sur la manière de particulariser la règle du n° 118, lorsqu'il s'agit des *acides sulfuriques*, s'étendra facilement aux règles énoncées dans les n^{os} suivans, quels que soient les liquides mélangés ; et montrera, si l'on ne s'en était pas déjà aperçu, que l'emploi de tel ou tel genre de pèse-liqueurs n'est pas indifférent pour obtenir le titre au poids ou au volume d'un mélange binaire assigné, soit avec le plus de simplicité possible, soit en frac-

tions déterminées de son poids ou de son volume total.

Ainsi le pèse-liqueur à unité variable duodécimal donnant, n° 132, le titre au poids d'un acide sulfurique en 66^{ièmes} du poids total de cet acide, un autre genre de pèse-liqueur à unité variable ne le donnera plus en 66^{ièmes} : et si on désirait exprimer ce titre en 100^{ièmes} du poids total, par exemple, il faudrait choisir le genre de pèse liqueur à unité variable pour lequel la différence ($\varphi - \nu$) des degrés indiqués par l'eau distillée et l'acide sulfurique concentré, est égale à 100, etc. On doit remarquer en passant qu'il n'est pas toujours possible de réaliser un pareil choix.

135. En suivant la marche que nous venons d'indiquer on trouvera facilement, toujours dans l'hypothèse du n° 115, les règles particulières pour obtenir les divers titres des *eaux-de-vie*, soit que *l'alcohol* ou que *la preuve de Hollande* doivent servir à les énoncer; les titres des divers *acides* exprimés en quantités d'*acides réels*, ou d'*acides concentrés* à un degré assigné; les titres des *dissolutions salines* en fonction des quantités *de sel*, ou de *solutions saturées à un degré aussi assigné*, etc. etc.

136. *Seconde hypothèse, conforme à la vérité.* Malheureusement *l'hypothèse du n°* 115, qui a conduit aux résultats précédens remarquables par leur simplicité extrême, n'est pas exacte, et *s'écarte plus ou moins de la réalité suivant la nature particulière des*

corps mélangés. On sait effectivement que lors de leur mélange, le volume total de ces corps éprouve des variations diverses. Ainsi jusqu'à ce qu'on ait découvert les lois générales suivant lesquelles s'opère le phénomène de la contraction ou de la dilatation des corps mélangés, il faudra recourir à l'expérience pour obtenir les degrés soit du pèse-liqueur à unité fixe, soit du pèse-liqueur à unité variable, correspondant à chaque titre des mélanges opérés, et aux températures diverses auxquelles on voudra pouvoir les considérer.

137. La table III, relative au *titre au volume des eaux-de-vie*, extraite en partie de *L'Encyclopédie méthodique*, offre les résultats de l'expérience comparés à ceux de l'hypothèse du n° 115. Sa première colonne, divisée en deux cases intitulées *eau*, *alcohol*, renferme des nombres indiquant les volumes des quantités de ces liquides employés pour effectuer leur mélange ou composer des *eaux-de-vie* à divers titres. La somme de deux de ces nombres correspondans égale toujours 100, de sorte que le titre de l'eau-de-vie est inscrit en 100èmes de son volume total. Les six colonnes qui portent en tête les degrés de température 0, 5, 10, 15, 20, 25, renferment les pesanteurs spécifiques expérimentales des mélanges dont les proportions sont inscrites sur la même ligne, exprimées en 100èmes de celle de l'eau distillée; ou ce qui est la même chose, les degrés du pèse-liqueur à unité fixe centigrade que doivent

Digitized by Google

réellement indiquer les eaux-de-vie résultant de ces mélanges.

138. On pourra donc se servir de la table III pour obtenir le vrai titre d'une eau-de-vie quelconque, ramenée à l'une des températures énoncées. Il suffira évidemment alors de l'essayer avec un pese-liqueur à unité fixe centigrade, et de mesurer la température avec le thermometre centésimal; ces deux opérations faites, on cherchera dans la colonne affectée à la température observée le nombre de degrés indiqués au pese-liqueur, et l'on trouvera sur la même ligne dans les cases de la premiere colonne du tableau, les quantités d'eau et d'alcohol entrant dans l'eau-de-vie à tarifer.

Exemple. S1, à 15 degrés de température, une *eau-de-vie* marque 84,8 degrés au pese-liqueur à unité fixe centigrade, je conclurai de la table III que cette eau-de-vie contient réellement 85 centiemes de son volume d'alcohol, tandis que l'hypothèse du n° 115 nous a conduits n° 129 à n'y en supposer que 75.

139. Il serait facile, à l'aide de la formule du n° 32, de transformer les degrés du pèse-liqueur à unité fixe centigrade inscrits dans les colonnes du tableau, en degrés du pèse-liqueur à unité variable centigrade. Cette transformation opérée, le nouveau tableau obtenu serait propre à tarifer une eau-de-vie en l'essayant avec un pèse-liqueur à unité variable centigrade.

140. La table IV offre les résultats des expériences de MM. *Vauquelin* et *d'Arcet*, sur les mélanges d'*eau distillée* et d'*acide sulfurique concentré*, comparés à ceux fournis par l'hypothèse du n° 115, trouvés au n° 133. Les cherchées expérimentales de cette table ne sont pas les mêmes que celles de la table III; au lieu de faire des mélanges dans des proportions connues, et de chercher les degrés qu'ils doivent réellement indiquer aux divers pese-liqueurs, on s'est proposé dans la table actuelle, de chercher suivant quelles proportions on doit mélanger l'eau et l'acide sulfurique, pour obtenir des acides indiquant des degrés connus du pese-liqueur à unité variable duodécimal.

141. La table IV peut donc servir à trouver le titre d'un acide sulfurique quelconque. Si l'on essaye en effet ce liquide avec un pese-liqueur à unité variable centigrade, et qu'il y indique 68,06 degrés, par exemple, on trouvera, d'après M. *d'Arcet*, que l'acide essayé contient les 59,02 centiemes de son poids d'acide sulfurique concentré. L'hypothèse du n° 115 nous y en a déjà fait supposer 69,697, n° 133.

142. De ce qui précède on doit conclure que l'hypothèse du n° 115 diffère sensiblement de la réalité. Toutefois les résultats démontrés serviront de guide dans les observations auxquelles on devra recourir; car leurs différences avec les résultats expérimentaux doivent être exprimées par de petits



nombres, soumis à une loi d'accroissement ou de décroissement continue, sans passages brusques, qui, si l'on en remarquait, indiqueraient certainement quelque erreur commise.

143. Afin de découvrir la nature des écarts qui doivent exister entre les résultats expérimentaux et ceux de l'hypothèse du n° 115, reprenons les dernières équations obtenues aux n°s 116 et 120, $\frac{v''-v}{v-v'}=\frac{\varpi'}{\varpi''}$, $\frac{p-p''}{p'-p}=\frac{v'}{v''}$. Il est facile de voir, 1° que *lorsque le volume du mélange de deux corps se contractera*, en essayant ce mélange avec un pese-liqueur à unité variable, on obtiendra pour v un nombre de degrés $v_{,}$ trop petit, tandis que si on l'essaye avec un pese-liqueur à unité fixe, on trouvera au contraire pour p un nombre $p_{,}$ de degrés trop grand. Or ce n'est que des nombres de degrés $v_{,}p_{,}$ que l'on peut faire usage dans l'application des régles obtenues, et comme on a alors $v''-v_{,}>v''-v$ $v_{,}-v'<v-v'$ $p_{,}-p''>p-p''$ et $p'-p_{,}<p'-p$, il s'ensuit que ces régles fourniront pour ϖ' et v' des nombres trop grands, et pour ϖ'' et v'' des nombres trop petits. Ainsi *l'hypothèse du n° 115 fera estimer dans le mélange essayé plus du liquide le plus pesant, et moins du liquide le plus léger qu'il n'y en aura réellement dans ce mélange.*

144. Au contraire, *lorsque le volume du mélange se dilatera*, on trouvera $v_{,}>v$ et $p_{,}<p$, d'où résulte que les régles mentionnées fourniront pour ϖ' et v'

des nombres trop petits, et pour x'' et v' des nombres trop grands. Ainsi *l'hypothèse du n° 115 fera estimer dans le mélange essayé moins du liquide le plus pesant, et plus du liquide le plus léger qu'il n'y en aura réellement dans ce mélange.*

145. Les mélanges d'*alcohol* et d'*eau*, nommés *eaux-de-vie*, sont *généralement* soumis à la contraction de volume (*Chim. de Thénard, tom. III, p.* 264). Si donc un acheteur veut obtenir la quantité d'alcohol contenue dans une eau-de-vie quelconque, à l'aide de l'un des résultats de l'hypothèse du n° 115, il trouvera moins d'alcohol qu'il n'y en a réellement. C'est ce que fait ressortir avec évidence la table III; elle montre que la plus grande erreur commise à 15 degrés de température, sur l'estimation du volume de l'alcohol contenu dans l'eau-de-vie vendue, peut être de 15 centièmes du volume total de cette eau-de-vie. L'erreur tournera donc toujours à l'avantage de l'acheteur, et pourrait dans le cas actuel être regardée, si elle était un peu moins grande, comme le dédommagement des frais qu'il faudrait débourser pour retirer l'alcohol de son état de combinaison avec l'eau distillée.

146. L'*acide sulfurique* mêlé à l'*eau distillée* se contracte. Si donc on cherche la quantité d'acide sulfurique concentré contenue dans un acide sulfurique quelconque, en faisant usage de l'un des résultats de l'hypothèse du n° 115, on trouvera toujours plus d'acide sulfurique concentré qu'il n'y en a réellement

dans l'acide essayé. La table IV confirme cette vérité, et montre que la plus grande erreur que l'on puisse commettre sur l'estimation du poids de la quantité d'acide sulfurique concentré, contenue dans l'acide essayé, est d'environ 10 centièmes du poids total de ce dernier acide. Actuellement l'erreur d'estimation du titre serait toujours à l'avantage du vendeur, et ne pourrait être tolérée par aucun motif de compensation.

Usage des pèse-liqueurs à unité variable et fixe pour obtenir la pesanteur spécifique et le volume sous l'unité de poids des corps solides, solubles dans un liquide.

147. En admettant ici l'hypothèse du n° 115, on peut se servir des deux espèces de pèse-liqueurs comparables, pour mesurer la pesanteur spécifique et le volume sous l'unité de poids des corps solides, solubles dans un liquide, ainsi que nous allons le faire voir. Faisons dissoudre pour cela une quantité connue du corps solide proposé, dans une quantité aussi connue du liquide qui peut le tenir en dissolution, et essayons d'abord ce liquide et la dissolution obtenue avec un pèse-liqueur à unité variable. Cela fait, nous serons évidemment dans des circonstances semblables à celles des n°s 116 et suivans, et en conservant la notation qu'on y a employée, et supposant le corps solide considéré plus pesant que

le liquide dissolvant, la premiere des équations obtenues au n° 116 donne $v' = \frac{v(\varpi + \varpi'') - v''\varpi''}{\varpi'}$, valeur du volume v' sous l'unité de poids du corps solide considéré, en fonction des volumes v v'' sous l'unité de poids de la dissolution et du liquide dissolvant, et des poids ϖ' ϖ'' des quantités de ce liquide et du corps solide entrant dans la dissolution.

148. Si les proportions de la dissolution étaient données au volume, il faudrait éliminer ϖ' ϖ'' de la valeur précédente et y introduire υ' υ'', comme on l'a déjà pratiqué, et alors $v' = \frac{v v'' \upsilon'}{v''(\upsilon' + \upsilon'') - v \upsilon''}$, nouvelle valeur du volume sous l'unité de poids du corps solide.

v' v et v'' doivent être considérés comme les degrés qu'indiqueraient au pese-liqueur à unité variable le liquide dissolvant, la dissolution obtenue, et le corps solide, s'il était possible de l'essayer.

149 Dans le cas où l'on voudrait faire usage d'un pèse-liqueur à unité fixe, la première des equations obtenues au n° 120, donnant $p' = \frac{p(\upsilon' + \upsilon'') - p''\upsilon''}{\upsilon'}$, montre que l'on pourra calculer la pesanteur spécifique p' du corps solide, ou le nombre de degrés qu'il marquerait au pèse-liqueur à unité fixe, s'il était pratiquable de l'essayer, en fonction des nombres de dégrés p'' p indiqués au même pèse-liqueur par le liquide dissolvant et la dissolution essayée,

lorsque l'on connaîtra les proportions au volume suivant lesquelles la dissolution a été opérée.

150. Si ces proportions étaient connues au poids, il faudrait se servir de la formule suivante, résultant de l'élimination des v' v'' écrits dans celle qui précède, et de l'introduction de ϖ' et ϖ'',

$$p' = \frac{p\,p''\,\varpi'}{p'\,(\varpi' + \varpi'') - p\,\varpi''}$$

Exemple. D'après les expériences de M. *Hassenfratz* (*Annales de Chimie, tom. XXVII, p.* 130), et à une température de 10 à 17 degrés, 1 partie en poids de *nitrate de potasse*, dissoute dans 8 parties d'*eau distillée*, donne une dissolution marquant 106,7 degrés au pèse-liqueur à unité fixe centigrade. Cela étant, on posera dans la formule précédente $\varpi'=1$ $\varpi''=8$ $p=106{,}7$ et $p''=100$, et il viendra :

$$p' = \frac{106{,}7 \times 100 \times 1}{(8+1)\,100 - 8 \times 106{,}7} = \frac{10670}{46{,}4} = 229{,}9568$$ pour la pesanteur spécifique approximative du nitrate de potasse, celle de l'eau distillée étant 100.

Brisson a obtenu 190 pour la pesanteur spécifique expérimentale de ce sel, d'où il faut conclure que le volume des mélanges de nitre et d'eau se contracte. On trouvera facilement que le volume de la dissolution dont on vient de se servir, s'est contracté dans le rapport de 106,70 à 105,56.

CHAPITRE IV.

Construction d'aréomètres donnant immédiatement le titre approximatif des liqueurs composées de deux substances particulières, de pesanteur spécifique différente.

151. Nous avons vu comment, dans l'hypothèse du n° 115, les pèse-liqueurs à unité fixe et variable pouvaient servir à la recherche du titre des liquides composés de deux substances particulières. Toutefois, comme la graduation naturelle de ces instrumens ne fournit pas alors immédiatement ce titre, et que le plus souvent la division de l'étalon naturel ou de la pesanteur spécifique de l'eau distillée en un nombre rond de parties égales, ne peut conduire à des pese-liqueurs propres à donner ce titre en fractions assignées du poids ou du volume total du mélange, il est bon de faire voir ici la manière d'obtenir des instrumens qui jouissent de cette propriété.

152. *Supposons* 1° *que l'on veuille obtenir le titre au poids* des mélanges des deux corps considérés, en 100mes du poids total des quantités de ces mélanges essayés, et que l'on connaisse les volumes v' sous l'unité de poids g des corps mélangés. Après avoir déterminé sur le tube d'un pèse-liqueur à unité variable les termes relatifs à ces deux vo-

lumes, on divisera en 100 parties égales la portion de tube qui les sépare. Dans le cas où le titre devra être énoncé en fonction du corps le plus pesant, on mettra l'origine de la graduation de l'instrument au terme de v', à partir duquel on numérotera des chiffres 1, 2, 3, etc. les lignes de division obtenues. Si au contraire le titre cherché doit être énoncé en fonction du corps le plus léger, on mettra l'origine de la graduation au terme de v. Les instrumens construits de cette manière seront de vrais *aréomètres à titre spécial approximatif au poids*. Ce seront bien des espèces de pese-liqueurs à unité variable, mais l'étalon naturel ne contiendra pas *généralement* un nombre rond de degrés de leur échelle, dont la division et la graduation n'auront plus pour origine la base du tube supplementaire.

Exemple. On a dit n° 132 que les volumes sous l'unité de poids de l'*eau* et de l'*acide sulfurique concentré* sont représentés par les nombres 144 et 78. Donc le pèse-liqueur à unité variable duodécimal donnera immédiatement, gradué comme nous venons de le dire à partir du terme de l'eau distillée, le titre au poids d'un acide sulfurique quelconque en 66^{ièmes} de son poids total. Ce pese-liqueur, ainsi transformé en *aréomètre à titre spécial approximatif au poids*, est actuellement identique avec le second pese-sel de Baumé, comme on devait s'y attendre, à cause que l'on a choisi l'acide sulfurique concentré marquant 66 degrés de ce pese-sel.

Mais pour avoir immédiatement le titre d'un acide sulfurique en 100^{iemes} de son poids, il faudrait diviser en 100 parties égales l'intervalle des 78 et 144^{iemes} degrés du pese-liqueur mentionné. Il faudrait en d'autres mots se servir d'un pese-liqueur dont l'étalon naturel contint un nombre de degrés égal à $144 \frac{100}{66}$, c'est-à-dire à 218,18181, divisé non pas à partir de la base du tube supplémentaire, mais bien à partir soit du terme de l'acide sulfurique concentré, soit de celui de l'eau distillée où sera l'origine de la graduation actuelle de l'instrument, courant vers la base mentionnée.

153. *Supposons 2° que l'on veuille obtenir le titre au volume* des mélanges de deux corps, en 100^{iemes} du volume total des quantités de ces mélanges essayées, et que l'on connaisse les pesanteurs spécifiques $p' p''$, des corps mélangés. Il faudra d'abord déterminer sur le tube d'un pese-liqueur à unité fixe les termes relatifs aux pesanteurs spécifiques $p' p''$, et diviser (1) ensuite la partie de tube qu'ils embrasseront en 100 portions inégales, telles que chaque ligne de division corresponde à une pesanteur spécifique $p'' + n\left(\frac{p'-p''}{100}\right)$, n étant un nombre entier compris entre 0 et 100. En d'autres mots, il faudra tracer sur le tube les termes relatifs à des pesanteurs spéci-

(1) Mes *pycnographes* donnent cette division avec la plus grande facilité.

fiques comprises entre p' et p', dont la différence successive, à partir de p' ou de p'', soit égale au 100ième de la différence ($p'-p''$) des pesanteurs spécifiques des corps mélangés.

La division du tube ou de l'échelle opérée, l'espece de pèse-liqueur à unité fixe obtenu devient un véritable *aréomètre à titre spécial approximatif au volume*: la pesanteur spécifique de l'eau distillée n'est plus *généralement* divisée en un nombre rond de parties égales entre elles, et la graduation du nouvel instrument est toute différente de celle des pese-liqueurs mentionnés. En effet, si le titre doit être énoncé en fonction du liquide le plus léger, la graduation aura pour origine le terme de p', à partir duquel les lignes de division obtenues seront numérotées des nombres 1, 2, 3, 4, etc. Cette graduation s'étendra en sens inverse et à partir du terme de p'' où sera l'origine, si le titre au volume doit être énoncé en fonction du liquide le plus pesant.

Exemple. A 15° de température, et suivant la table III, l'*eau distillée* et l'*alcohol pur* indiquent respectivement 99 936 et 79,80 degrés au pese-liqueur à unité fixe centigrade. On marquera donc les deux termes correspondant aux deux liquides considérés, et les termes de tous les nombres de degrés qui different de ceux énoncés d'un nombre rond de 100^ièmes de leur différence 20,136, dont on peut voir quelques valeurs dans la colonne de la table III faisant partie des résultats du calcul, et affectée au 15e degré de

température. La division de l'espèce de pèse-liqueur à unité fixe opérée, il deviendra un véritable *aréomètre à titre spécial approximatif au volume*, lorsqu'on aura gradué toutes les lignes de division d'un des numéros d'ordre 1, 2, 3, etc., à partir de l'eau distillée où sera l'origine, si le titre de l'*eau-de-vie* doit être donné en fonction de l'alcohol qu'elle contient, et réciproquement.

154. Les plus grands écarts des résultats de l'expérience et de l'hypothèse du n° 115 se trouvent, ainsi que les tables III et IV le font voir pour les *eaux-de-vie* et les *acides sulfuriques*, sur les mélanges qui contiennent à peu près parties égales des liquides mélangés. On pourra donc, tout en conservant le mode détaillé de construction des *aréomètres à titre spécial approximatif*, leur donner un plus grand degré d'exactitude, en faisant concourir à leur division le terme expérimental fourni par le mélange de parties égales des corps mélangés.

Prenons pour exemple l'*aréomètre à titre spécial approximatif au volume*, relatif aux *eaux-de-vie*. La table III nous montre qu'à 15° de température, l'*alcohol pur*, l'*eau distillée*, et un mélange de volumes égaux de ces liquides, marquent respectivement au pèse-liqueur à unité fixe centigrade 79,800 99,936 et 93,340 degrés. On déterminera donc les trois termes relatifs à ces degrés ou pesanteurs spécifiques, puis entre les termes de l'eau et du mélange on marquera ceux des 49 pesanteurs spécifiques comprises, diffé-

rant entre elles, et de celles de l'eau et du mélange, d'un nombre rond de cinquantièmes de la différence 6,596 de ces dernières, et dont quelques valeurs sont inscrites dans la seconde moitié de la dernière colonne de la table III. Enfin on marquera de même, entre les termes du mélange et de l'alcohol, ceux des 49 pesanteurs spécifiques, différant entre elles et de celles du mélange et de l'alcohol, aussi d'un nombre rond de cinquantièmes de la différence 13,540 de celles-ci. La dernière colonne de la table III renferme encore quelques-unes de ces pesanteurs spécifiques; en les comparant aux pesanteurs spécifiques expérimentales relatives à la même température, on voit qu'elles en diffèrent bien moins que celles inscrites dans l'avant-dernière colonne, obtenues au n° 131. L'emploi de l'*aréomètre à titre spécial approximatif au volume* actuel, gradué des nombres 1, 2, 3, etc., à partir du terme de l'eau ou sera l'origine de la graduation, jusqu'au terme de l'alcohol numéroté 100, ne conduira pas à une estime du volume de l'alcohol contenu dans l'eau-de-vie essayée, en erreur de moins de 5 centièmes du volume total de cette eau-de-vie. La bonification de cette erreur de titre, en faveur de celui qui achète, ne paraît pas être un trop grand avantage.

155. L'eau-de-vie qui contient parties égales d'alcohol et d'eau distillée, s'appelle communément *eau-de-vie preuve de Hollande*, ou simplement *preuve*. On pourrait donc désigner, comme on l'a fait dans la

table III, par le nom de *sur-preuve*, toute eau-de-vie contenant plus que moitié de son volume d'alcohol, et par la dénomination de *sous-preuve* celle qui n'en contient pas moitié de son volume. En adoptant cette nomenclature il sera facile de construire un aréomètre propre à indiquer la quantité de preuve contenue dans une eau-de-vie sous-preuve et la quantité d'alcohol qui mêlée avec de la preuve compose une eau-de-vie sur-preuve essayée. Tout se réduit en effet à obtenir entre les termes de l'eau distillée et de la preuve, ainsi qu'entre les termes de la preuve et de l'alcohol, 98 termes au lieu des 49 qu'on y a tracés précédemment, soumis d'ailleurs aux mêmes lois. Cela fait, on laissera toujours l'origine de la graduation au terme de l'eau, et on graduera les suivans des nombres 1, 2, 3, etc., jusqu'à 100, qui affectera le terme de la preuve. L'intervalle de ce terme et de celui de l'alcohol sera gradué de la même manière, c'est-à-dire qu'après avoir posé zéro au terme de la preuve, on affectera les divisions suivantes de leur numéro d'ordre, de sorte que le terme de l'alcohol sera aussi gradué 100.

L'instrument ainsi construit et gradué, essayons une eau-de-vie quelconque, si elle arrive à la division graduée 45, par exemple, entre l'eau et la preuve, on conclura que cette eau-de-vie est sous-preuve, et qu'elle contient 45 centièmes de son volume de preuve, ou ce qui est la même chose, $\frac{45}{2} = 22,5$ centièmes de son volume d'alcohol

Si l'eau-de-vie essayée portait la division graduée 68, entre la preuve et l'alcohol, on en conclurait qu'elle est sur-preuve, et qu'elle renferme en cette qualité 68 centièmes de son volume d'alcohol, et les 32 autres centièmes de preuve. Il est clair d'ailleurs que l'eau-de-vie essayée peut être encore considérée comme renfermant $68 + \frac{32}{4}$, ou 84 centièmes de son volume d'alcohol, et les 16 autres centièmes d'eau distillée.

156. Ce que l'on vient de dire pour les mélanges d'eau distillée et d'alcohol, s'appliquera facilement à tous les autres mélanges binaires. Ainsi supposons, par exemple, qu'il s'agisse de construire un instrument qui donne le titre approximatif au poids des dissolutions aqueuses de sel marin. On dissoudra 25 parties au poids de ce sel, dans 75 parties d'eau distillée. On marquera sur le tube d'un aréomètre les termes de l'eau et de la dissolution aqueuse obtenue, et après avoir divisé l'intervalle qui les sépare en 25 parties égales n° 152, on numérotera les lignes de division de leur numéro d'ordre à partir du terme de l'eau où sera le zéro de la graduation. Cela exécuté, l'instrument est un *aréomètre à titre spécial approximatif au poids, pour les dissolutions de sel marin*, et fournit dans l'hypothèse du n° 115, le poids de la quantité de sel marin contenue dans une dissolution essayée, en 100^{ièmes} de son poids total.

157. La dissolution saline dont nous venons de par-

ler marque 82,64 degrés au pèse-liqueur à unité variable centigrade. Son terme et celui de l'eau embrassent donc 17,36 degrés de ce pèse-liqueur. Le degré de l'aréomètre à titre spécial approximatif obtenu, étant égal à la 25me partie de ce nombre de degrés, vaut donc 0,6944 degrés du pèse-liqueur à unité variable centigrade. Donc l'étalon naturel de ce pese-liqueur égale $\frac{100}{0,6944}$, ou bien 144,01 degrés de l'aréomètre à titre spécial mentionné, ce qui s'accorde bien avec ce qu'on a dit au sujet du second pèse-sel de Baumé. Ce dernier instrument doit être aussi classé parmi les aréomètres à titre spécial approximatif.

Construction d'aréomètres donnant immédiatement le véritable titre des liquides composés de deux substances particulières de pesanteur spécifique différente.

158. Les *aréomètres à titre spécial* que nous avons appris à construire dans le précédent paragraphe, donnent un titre approximatif des mélanges binaires suffisant dans bien des cas. Cependant comme il est presque aussi aisé de construire des aréomètres dont les résultats soient conformes au véritable état des phénomènes, nous allons indiquer le moyen de les obtenir. L'expérience ayant fait connaître les pesanteurs spécifiques des mélanges binaires considérés sous divers titres et à différentes températures, tout

se réduit à obtenir sur l'échelle de l'aréometre les termes correspondant à des pesanteurs spécifiques assignées, et l'on a vu au n° 44 que cela est assez facile.

159. Le titre du mélange pouvant être cherché au poids ou au volume, on voit que les aréometres dont nous nous occupons sont aussi de deux especes, et que leur emploi exige encore le concours d'un thermomètre destiné à mesurer la température du mélange à tarifer.

160. L'expérience à faire pour arriver au titre d'un mélange à l'aide de deux especes d'*aréomètres à véritable titre spécial*, peut être variée de deux manières. On peut d'abord ramener ce mélange à la température pour laquelle on aura divisé et gradué l'échelle unique de l'aréometre; ou mesurer la température actuelle du mélange, et l'essayer avec un aréometre renfermant dans son tube plusieurs échelles parallèles, divisées chacune pour un degré particulier de température. Dans ce cas on prendra le terme du mélange sur l'échelle numérotée du degré de température indiquée par le thermomètre.

161. Ces derniers aréometres, dont l'échelle n'est qu'un tracé graphique de données expérimentales, analogues à celles comprises dans la table III, ne présentent réellement pas d'avantage sur les aréometres à titre spécial et à échelle unique, à cause de la facilité avec laquelle on peut, dans tous les cas, ramener la température du mélange à tarifer à celle

pour laquelle l'échelle unique aura été divisée. La température de 15 degrés centésimaux est très-convenable pour terme de comparaison.

162. D'après ces observations, on peut construire deux espèces d'aréomètres à véritable titre special :

Pour les eaux-de-vie, les esprits, les éthers;

Pour les acides;

Pour les solutions alcalines;

Pour les solutions salines, etc.

La plupart des données nécessaires à leur construction se trouvent dans les ouvrages des chimistes modernes. C'est ainsi que la table III peut servir à la construction d'un *alcoholimètre au volume*, tant à échelle unique qu'à plusieurs échelles.

APPENDICE AU CHAPITRE PREMIER.

163. Puisqu'on est convenu d'appeler *pesanteur*, ou mieux *poids spécifique* d'un corps, *le poids de ce corps sous l'unité de volume*, je proposerais de nommer de même *volume spécifique*, *le volume d'un corps* quelconque *sous l'unité de poids*.

164. Pour comparer entre eux beaucoup de ces poids et de ces volumes spécifiques, il est nécessaire de les rapporter tous, au poids et au volume spécifique d'un même corps choisi, qui pour remplir

notre objet sera un liquide ; je le désignerai sous le nom de *liquide comparateur*.

165. Des *complémens indispensables au système des nouveaux poids et mesures, sont deux instrumens propres à fournir immédiatement, l'un le volume spécifique d'un liquide quelconque en parties décimales du volume spécifique du liquide comparateur; l'autre le poids spécifique d'un liquide aussi quelconque, toujours en parties décimales du poids spécifique du même liquide comparateur.*

166. Je nommerai le premier des instrumens désignes *jauge-liquide décimal*, et le second *pèse-liquide décimal.*

167. Pour rattacher encore plus ces instrumens aux nouvelles mesures, le choix du liquide comparateur devra tomber sur l'eau distillée prise à 4,4 degrés centésimaux de température ; époque à la fois de son *plus grand poids spécifique*, et de son *plus petit volume spécifique.*

168. Il résulte des définitions du poids et du volume spécifique, que *les volumes spécifiques de deux corps quelconques sont en raison inverse de leurs poids spécifiques*, la température étant constante.

169. Tout ce que l'on a dit dans le cours de ce mémoire au sujet des pesanteurs spécifiques, devra donc s'entendre inversement pour les volumes spécifiques.

Nous dirons ainsi que *les enfoncemens d'un même cylindre dans deux liquides quelconques, sont dans le*

rapport de leurs volumes spécifiques : et nous serons conduits, tout comme au n° 5, à nous servir de cylindres pour la construction des *pèse-liquides* et des *jauge-liquides comparables*.

170. Il est évident que le *pèse-liquide* n'est autre chose que le *pèse-liqueur à unité fixe*. Il n'en sera donc pas question ici, et nous nous bornerons à parler seulement du *jauge-liquide*.

Du jauge-liquide.

171. V et v étant les volumes spécifiques de l'eau distillée et d'un liquide quelconque, H et h les enfoncemens d'un même cylindre dans ces liquides respectifs, on a l'équation $\frac{V}{v}=\frac{H}{h}$: de là résulte $h=H\frac{v}{V}$. Si donc nous voulons obtenir les valeurs des enfoncemens relatifs aux divers liquides dont les volumes spécifiques v, sont un nombre exact n de $m^{ièmes}$ du volume spécifique V de l'eau distillée, il faudra poser $v=n\frac{V}{m}$, et par suite $h=n\frac{H}{m}$. C'est là justement l'équation du n° 6, qui a servi de base à la division et à la graduation des *pèse-liqueurs à unité variable*; ces aréomètres sont donc de véritables *jauge-liquides*.

172. Dans le cas où $m=100$, on a $h=n\frac{H}{100}$. De

sorte que *la graduation naturelle du pèse-liqueur à unité variable centigrade* que nous avons alors obtenue n° 10, *n'est autre chose que la graduation du jauge-liquide centigrade, c'est-à-dire l'expression du volume spécifique du liquide essayé, en* 100mes *de celui de l'eau distillée;* puisque $v = n\frac{V}{100}$.

173. Si le poids sous lequel on veut prendre le volume spécifique est le kilogramme, $V = 1$ litre, et alors *la graduation naturelle du jauge-liquide centigrade fournit immédiatement en centilitres, le volume d'un kilogramme du liquide essayé.* On devait s'attendre à ce résultat d'après ce qui a été dit au n° 107.

Si le quintal métrique ou 100^{kil} est le poids sous lequel on veut prendre le volume spécifique, $V = 100$ litres; ainsi *la graduation naturelle du jauge-liquide centigrade fournit encore immédiatement en litres, le volume d'un quintal métrique du liquide essayé.*

174. Ici, comme au n° 1, on pourrait vouloir *exprimer le volume spécifique du liquide comparateur en fonction de celui du liquide essayé pris pour unité actuelle variable.* Il faudrait poser alors $V = n\frac{v}{m}$ pour avoir V en $m^{ièmes}$ de v: en substituant, on obtient $h = m\frac{H}{n}$. C'est précisément l'équation trouvée au n° 12, et qui a servi de base à la division et à la graduation des *pèse-liqueurs à unité fixe.*

175. Nous conclurons de là que *le pèse-liquide*

peut servir de jauge-liquide, lorsqu'on veut exprimer le volume spécifique du liquide comparateur en fonction de celui du liquide essayé, pris pour unité actuelle particulière; et que réciproquement le *jauge-liquide peut servir de pèse-liquide lorsqu'on veut exprimer de même, le poids spécifique du liquide comparateur en fonction de celui du liquide essayé, pris aussi pour unité actuelle particulière*.

176. Il est encore manifeste que toutes les relations que nous avons trouvées entre les pèse-liqueurs à unité fixe et à unité variable, existent aussi entre les *pèse-liquides* et les *jauge-liquides*.

177. On peut en un mot, dans tout le cours du mémoire, remplacer la dénomination de *pèse-liqueur à unité fixe*, par celle de *pèse-liquide*; et la dénomination de *pèse-liqueur à unité variable*, par celle de *jauge-liquide*.

Je termine ici ce que j'ai jugé convenable de publier sur les pèse-liqueurs, quoique les questions que j'ai résolues au sujet de la construction et de l'emploi de ces instrumens, soient bien plus nombreuses que celles renfermées dans ce mémoire. Dans la suite, si le degré d'utilité de mon travail devenait plus grand que je ne l'ai supposé, je pourrai lui donner plus d'extension, et montrer combien l'usage des lignes courbes, et des séries algébriques, est avantageux, dans la solution des problèmes qui se rattachent aux aréomètres.

FIN.

TABLES

ARÉOMÉTRIQUES.

TABLE I 1° et 2°.

Donnant : 1° le passage des deux graduations de *Baumé* et de la graduation naturelle des degrés du pèse-liqueur à unité variable duodécimal comparable usité, à la graduation naturelle des termes correspondans des pèse-liqueurs à unité fixe et à unité variable centigrades comparables, etc.;
2° Le passage de la graduation naturelle des degrés du pèse-liqueur à unité fixe duodécimal comparable, à la graduation naturelle des termes correspondans des pèse-liqueurs à unité variable et à unité fixe centigrades comparables, etc.

NOTA. Les numéros inscrits entre parenthèses, à la suite des titres des colonnes de cette table et des suivantes, se rapportent aux articles de l'ouvrage où il en est fait mention.

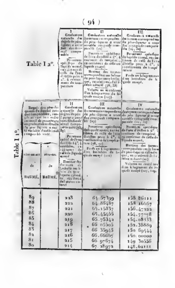


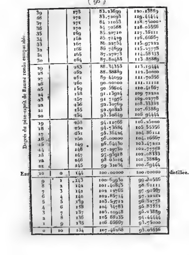
Table I 2°.

I	II	III
Graduation naturelle des degrés du pèse-liqueur à un seul terme décimal comparable. Pesanteur spécifique du liquide essayé, en centièmes de celle de l'eau distillée prise à 4°, à centièmes de température	Graduation naturelle des termes correspondans du pèse-liqueur à unité variable centigrade comparable (20). Pesanteur spécifique de l'eau distillée à 4°, à centièmes de température, en centièmes de celle du liquide essayé. Hauteur des termes correspondans au tube du pèse-liqueur cylindrique, en centièmes du talon naturel (46, 53). Volume en millilitres d'un kilogramme du liquide essayé (107).	Graduation naturelle du terme correspondant du pèse-liqueur à unité fixe centigrade comparable (24, 30). Pesanteur spécifique du liquide essayé, en centièmes de celle de l'eau distillée prise à 4°, à centièmes de température. Poids en kilogrammes d'un hectolitre du liquide essayé.

Table I 1°.

I Degrés des pèse-liqueurs de Baumé rendus comparables, [illegible] graduation ordinaire du pèse-liqueur à unité variable [illegible] comparable unité. PÈSE-ESPRIT de BAUMÉ.	PÈSE-SEL du BAUMÉ.	II Graduation naturelle des degrés du pèse-liqueur à unité variable décimal comparable unité (93, 89). Pesanteur spécifique de l'eau distillée à 4°, à centièmes de température, en centièmes de celle du liquide essayé. Nombre des divisions de l'échelle sur le tube du pèse-liqueur cylindrique, en centièmes du talon naturel.	III Graduation naturelle des termes correspondans du pèse-liqueur à unité fixe centigrade comparable (27). Pesanteur spécifique du liquide essayé, en centièmes de celle de l'eau distillée prise à 4°, à centièmes de température (78, 92). Poids en kilogrammes d'un hectolitre du liquide essayé (101).	IV Graduation naturelle des termes correspondans du pèse-liqueur à unité variable centigrade comparable (21, 30). Pesanteur spécifique de l'eau distillée à 4°, à centièmes de température, en centièmes de celle du liquide essayé. Hauteur des termes correspondans sur le tube du pèse-liqueur cylindrique, en centièmes de talon naturel (21). Volume en centilitres d'un kilogramme du liquide essayé (107, 109).
89		223	64 57399	158 86111
88		222	64 86487	158 16667
87		221	65.15837	156.47222
86		220	65.45455	154.77778
85		219	65 75342	154.08333
84		218	66 05505	152.38889
83		217	66 35945	150 69444
82		216	66.66667	150 00000
81		215	66 97674	149 30556
80		214	67 28972	148.61111

79		213	67 60563	147.91667
78		212	67 92453	147 22222
77		211	68 24645	146.52778
76		210	68 57143	145.83333
75		209	68 89962	145 13889
74		208	69 23077	144.44444
73		207	69 56522	143.75000
72		206	89.90291	143.05556
71		205	70.24390	142.36111
70		204	70.58824	141.66667
69		203	70.93596	140 97222
68		202	71 28713	140 27778
67		201	71.64179	139 58333
66		200	72 00000	138.88889
65		199	72 36181	138.19444
64		198	72.72727	137.50000
63		197	73.09645	136.80556
62		196	73.46939	136 11111
61		195	73 84615	135 41667
60		194	74 22680	134.72222
59		193	74 61140	134.02778
58		192	75.00000	133 33333
57		191	75.39262	132.63889
56		190	75 78947	131.94444
55		189	76.19048	131.25000
54		188	76 59574	130 55556
53		187	77.00535	129.86111
52		186	77.41935	129.16667
51		185	77.83784	128.47222
50		184	78 26087	127.77778
49		183	78 68852	127.08333
48		182	79.12088	126.38889
47		181	79.55801	125 69444
46		180	80 00000	125.00000
45		179	80.44693	124.30556
44		178	80.89888	123 61111
43		177	81 35593	122 91667
42		176	81.81818	122 22222
41		175	82.28571	121 52778
40		174	82.75862	120 83333



Degrés du pèse-esprit de Baumé rendu comparable

	39		173	83.23699	120.13889
	38		172	83.72093	119.44444
	37		171	84.21053	118.75000
	36		170	84.70588	118.05556
	35		169	85.20710	117.36111
	34		168	85.71429	116.66667
	33		167	86.22754	115.97222
	32		166	86.74699	115.27778
	31		165	87.27273	114.58333
	30		164	87.80488	113.88889
	29		163	88.34355	113.19444
	28		162	88.88889	112.50000
	27		161	89.44099	111.70556
	26		160	90.00000	111.11111
	25		159	90.56604	110.41667
	24		158	91.13924	109.72222
	23		157	91.71976	109.02778
	22		156	92.30769	108.33333
	21		155	92.90323	107.63889
	20		154	93.50649	106.94444
	19		153	94.11766	106.25000
	18		152	94.73684	105.55556
	17		151	95.36424	104.86111
	16		150	96.00000	104.16667
	15		149	96.64430	103.47222
	14		148	97.29730	102.77778
	13		147	97.95918	102.08333
	12		146	98.63014	101.38889
	11		145	99.31034	100.69444
Eau distillée	10	0	144	100.00000	100.00000
	9	1	143	100.69930	99.30556
	8	2	142	101.40845	98.61111
	7	3	141	102.12766	97.91667
	6	4	140	102.85714	97.22222
	5	5	139	103.59712	96.52778
	4	6	138	104.34783	95.83333
	3	7	137	105.10948	95.13889
	2	8	136	105.88235	94.44444
	1	9	135	106.66667	93.75000
	0	10	134	107.46268	93.05556

Degrés du pèse-sel de Baumé rendu comparable.

11	133	108.27068	92.36111
12	132	109.09091	91.66667
13	131	109.92365	90.97222
14	130	110.76923	90.27778
15	129	111.62791	89.58333
16	128	112.50000	88.88889
17	127	113.38583	88.19444
18	126	114.28571	87.50000
19	125	115.20000	86.80555
20	124	116.12903	86.11111
21	123	117.07317	85.41667
22	122	118.03279	84.72222
23	121	119.00826	84.02778
24	120	120.00000	83.33333
25	119	121.00840	82.63889
26	118	122.03390	81.94444
27	117	123.07692	81.25000
28	116	124.13793	80.55556
29	115	125.21737	79.86111
30	114	126.31579	79.16667
31	113	127.43364	78.47222
32	112	128.57143	77.77778
33	111	129.72973	77.08333
34	110	130.90909	76.38889
35	109	132.11009	75.69444
36	108	133.33333	75.00000
37	107	134.57944	74.30556
38	106	135.84906	73.61111
39	105	137.14286	72.91667
40	104	138.46154	72.22222
41	103	139.80583	71.52778
42	102	141.17647	70.83333
43	101	142.57426	70.13889
44	100	144.00000	69.44444
45	99	145.45455	68.75000
46	98	146.93878	68.05556
47	97	148.45258	67.36111
48	96	150.00000	66.66667
49	95	151.57895	65.97222

	50	94	153.19149	65.27778
	51	93	154.33871	64.58333
	52	92	156.52174	63.88889
	53	91	158.24176	63.19444
	54	90	160.00000	62.50000
	55	89	161.79775	61.80556
	56	88	163.63636	61.11111
	57	87	165.51724	60.41667
	58	86	167.44186	59.72222
	59	85	169.41176	59.02778
	60	84	171.42857	58.33333
	61	83	173.49398	57.63889
	62	82	175.60976	56.94444
	63	81	177.77778	56.25000
	64	80	180.00000	55.55556
	65	79	182.27848	54.86111
	66	78	184.61553	54.16667
	67	77	187.01299	53.47222
	68	76	189.47368	52.77778
	69	75	192.00000	52.08333
	70	74	194.59459	51.38889
	71	73	197.26027	50.69444
	72	72	200.00000	50.00000
	73	71	202.81690	49.30556
	74	70	205.71428	48.61111
	75	69	208.69565	47.91667
	76	68	211.76470	47.22222
	77	67	214.92537	46.52778
	78	66	218.18182	45.83333
	79	65	221.53846	45.13889
	80	64	225.00000	44.44444
	81	63	228.57143	43.75000
	82	62	232.25806	43.05556
	83	61	236.06557	42.36111
	84	60	240.00000	41.66667
	85	59	244.06780	40.97222
	86	58	248.27586	40.27778
	87	57	252.63158	39.58333
	88	56	257.14286	38.88889
	89	55	261.81818	38.17444

50	54	266.66667	37.50000
51	53	271.69811	36.80556
52	52	276.92308	36.11111
53	51	282.35294	35.41667
54	50	288.00000	34.72222
55	49	293.87757	34.02778
56	48	300.00000	33.33333

TABLE II 1° et 2°.

Donnant : 1° le passage de la graduation naturelle des degrés du pèse-liqueur à unité variable centigrade comparable, tant à la graduation naturelle des termes correspondans du pèse-liqueur à unité fixe centigrade comparable, qu'aux deux graduations naturelle et de Baumé, des termes correspondans du pèse-liqueur à unité variable duodécimal comparable usité, etc. ;

2° Le passage de la graduation naturelle des degrés du pèse-liqueur à unité fixe centigrade comparable, aux graduations naturelles des termes correspondans du pèse-liqueur à unité variable centigrade et du pèse-liqueur à unité fixe duodécimal comparable, etc.

Table II 2º.

I	II	III
Graduation naturelle du pèse-[illegible] à [illegible] centigrade comparable. Pesanteur spécifique du liquide essayé, en [illegible] de celle de l'eau distillée prise à 4º, [illegible] température. Poids [illegible] du liquide essayé [illegible] (113).	Graduation naturelle des termes correspondans du pèse-liquide [illegible] comparable ([illegible]). Pesanteur spécifique de l'eau [illegible] liquide [illegible] ([illegible]). Hauteur des termes correspondans sur la tige du pèse-liquide [illegible] de l'étalon naturel ([illegible]). Volume en centilitres d'un kilogramme du liquide [illegible] ([illegible])	Graduation naturelle des termes correspondans du pèse-liquide [illegible] décimal comparable (15.30). Pesanteur spécifique du liquide essayé, en [illegible] de celle de l'eau distillée prise à 4º [illegible] de température.

Table II 1º.

I	II	III	IV
Graduation naturelle du [illegible] grés du pèse-liquide [illegible] centigrade comparable. Pesanteur spécifique de l'eau distillée prise à 4º, à centièmes [illegible] de celle du liquide essayé. Hauteur des [illegible] sur la tige du pèse-liquide [illegible], en centièmes de l'étalon naturel. Volume en centilitres d'un kilogramme du liquide essayé (105).	Graduation naturelle des termes correspondans du pèse-liquide à unité fixe centigrade comparable (36). Pesanteur spécifique du liquide essayé, en centièmes de celle de l'eau distillée prise à 4º, à centièmes de température (11). Poids en kilogrammes d'un hectolitre du liquide essayé (100).	Graduation naturelle des termes correspondans du pèse-liquide à unité variable du décimal comparable à unité (12, 28.) Pesanteur spécifique de l'eau distillée prise à 4º, à centièmes de température, en [illegible] de celle du liquide essayé. Hauteur des termes correspondans sur la base du pèse-liquide cylindrique, en [illegible] de l'étalon naturel (31.)	Graduation ordinaire des termes correspondans du pèse-liquide à unité variable du décimal comparable, [illegible] du pèse-esprit [illegible] de Baumé [illegible] comparables (75, 89.)
200	50.00000	288,00	154 00
199	50 25156	286 56	152 56
198	50 50505	285, 12	151 12
197	50 76142	283.68	149 68
196	51 12041	282 24	148.24
195	51.28205	280 80	146 80
194	51.54639	279 36	145 36
193	51 81347	277 92	143 92
192	52.08333	276.48	142 48
191	52 35602	275 04	141 04
190	52 63158	273 60	139.60

189	52.91005	271.16	138.16
188	53.19149	270.72	136.72
187	53.47594	268.28	134.28
186	53.76344	266.84	132.84
185	54.05405	265.40	131.40
184	54.34788	263.96	129.96
183	54.64481	262.52	128.52
182	54.94505	261.08	127.08
181	55.24862	260.64	126.64
180	55.55556	259.20	125.20
179	55.86592	257.76	123.76
178	56.17978	256.32	122.32
177	56.49718	254.88	120.88
176	56.81818	253.44	119.44
175	57.14286	252.00	118.00
174	57.47126	250.56	116.56
173	57.80347	249.12	115.12
172	58.13953	247.68	113.68
171	58.47953	246.24	112.24
170	58.82353	244.80	110.80
169	59.17160	243.36	109.36
168	59.52381	241.92	107.92
167	59.88024	240.48	106.48
166	60.24096	239.04	105.04
165	60.60606	237.60	103.60
164	60.97554	236.16	102.16
163	61.34969	234.72	100.72
162	61.72840	233.08	99.28
161	62.11180	231.84	97.84
160	62.50000	230.40	96.40
159	62.89308	227.96	93.96
158	63.29114	226.52	92.52
157	63.69427	225.08	91.08
156	64.10256	224.64	90.64
145	64.51613	223.20	89.20
154	64.93506	221.76	87.76
153	65.35948	220.32	86.32
152	65.78947	218.88	84.88
151	66.22517	217.44	83.44
150	66.66666	216.00	82.00

149	67.11409	214.56	80.56
148	67.56757	213.12	79.12
147	68.02721	211.68	77.68
146	68.49315	210.24	76.24
145	68.96552	208.80	74.80
144	69.44444	207.36	73.36
143	69.93007	205.92	71.92
142	70.42254	204.48	70.48
141	70.92199	203.04	69.04
140	71.42857	201.60	67.60
139	71.94245	200.16	66.16
138	72.46377	198.72	64.72
137	72.99270	197.28	63.28
136	73.52941	195.84	61.84
135	74.07407	194.40	60.40
134	74.62687	192.96	58.96
133	75.18797	191.52	57.52
132	75.75758	190.08	56.08
131	76.33588	188.64	54.64
130	76.92308	187.20	53.20
129	77.51938	185.76	51.76
128	78.12500	184.32	50.32
127	78.74016	182.88	48.88
126	79.36508	181.44	47.44
125	80.00000	180.00	46.00
124	80.64516	178.56	44.56
123	81.30081	177.12	43.12
122	81.96721	175.68	41.68
121	82.64463	174.24	40.24
120	83.33333	172.80	38.80
119	84.03361	171.36	37.36
118	84.74576	169.92	35.92
117	85.47009	168.48	34.48
116	86.20690	167.04	33.04
115	86.95652	165.60	31.60
114	87.71930	164.16	30.16
113	88.49558	162.72	28.72
112	89.28571	161.28	27.28
111	90.09009	159.84	25.84
110	90.90909	158.40	24.40

Degrés du pese-esprit de Baumé rendu comparable

109	91.74312	155.96	21.96
108	92.59259	154.52	20.52
107	93.45794	153.08	19.08
106	94.33962	152.64	18.64
105	95.23810	151.20	17.40
104	96.15385	149.76	15.76
103	97.08738	148.32	14.32
102	98.03922	146.88	12.88
101	99.00990	145.44	11.44
100	100.00000	144.00	10.00
99	101.01010	142.56	1.44
98	102.04082	141.12	2.88
97	103.09278	139.68	4.32
96	104.16667	138.24	5.76
95	105.26316	136.80	7.20
94	106.38297	135.36	8.64
93	107.52688	133.92	9.08
92	108.69565	132.48	10.52
91	109.89011	131.04	11.96
90	111.11111	129.60	14.40
89	112.35955	128.16	15.84
88	113.63636	126.72	17.28
87	114.94253	124.28	18.72
86	116.27907	122.84	20.16
85	117.64706	121.40	21.60
84	119.04762	119.96	23.04
83	120.48193	118.52	24.48
82	121.95108	117.08	25.92
81	123.45679	116.64	27.36
80	125.00000	115.20	28.80
[illegible]	126.58228	113.76	30.24
78	128.20513	112.32	31.68
77	129.87012	110.88	33.12
76	131.57894	109.44	34.56
75	133.33333	108.00	36.00
74	135.13514	106.56	37.44
73	136.98630	105.12	38.88
72	138.88889	103.68	40.32
71	140.84648	102.24	41.76
70	142.85714	100.80	43.20

Fa[illegible] distillée.

Degrés du pese-sel de Baumé rendu comparable.

69	144.92754	99.36	44.64
68	147.05882	97.92	45.08
67	149.25373	96.48	46.52
66	151.51515	95.04	47.96
65	153.84616	93.60	49.40
64	156.25000	92.16	50.84
63	158.73015	90.72	52.28
62	161.29032	89.28	54.72
61	163.93443	87.84	55.16
60	166.66667	85.40	57.60
59	169.49154	83.96	59.04
58	172.41379	82.52	60.48
57	175.43860	81.08	61.92
56	178.57143	80.64	63.36
55	181.81818	79.20	64.80
54	185.18519	77.76	66.24
53	188.67925	76.32	67.68
52	192.30769	74.88	69.12
51	196.07843	73.44	70.56
50	200.00000	72.00	72.00

TABLE III;

Donnant le *titre au volume des Eaux-de-vie*, ou le moyen de passer des nombres de degrés qu'elles indiquent au pèse-liqueur à unité fixe centigrade, au volume de la quantité d'alcohol qu'elles contiennent, en ayant égard à leur température, etc.

VOLUMES des corps melangés		Degrés du pèse-liqueur à point fixe cent grade réellement indiqués par les mélanges soumis à des températures multiples de 5 degrés du thermomètre centésimal ; résultats expérimentaux déduits de l'Encyclopédie méthodique (137)						Résultats de calcul dans l'hypothèse du n° 115 (131, 154)			
Eau	Alcohol	0	5	10	15	10	25	5	15	15	
0	100	81.000	80.600	80.200	79.800	79.400	79.000	80.600	79.800	79.800	Sur preuve n° 155.
5	95	82.850	82.450	82.050	81.650	81.250	80.850	81.570	80.807	81.154	
10	90	84.600	84.200	83.800	83.400	83.000	82.600	82.540	81.814	82.508	
15	85	86.050	85.650	85.250	84.850	84.450	84.050	83.510	82.821	83.862	
20	80	87.400	87.000	86.600	86.200	85.800	85.400	84.480	83.827	85.216	
25	75	88.725	88.325	87.925	87.525	87.125	86.725	85.450	84.834	86.570	
30	70	90.000	89.600	89.200	88.800	88.400	88.000	86.420	85.841	87.924	
35	65	91.250	90.850	90.450	90.050	89.650	89.250	87.390	86.848	89.278	
40	60	92.400	92.000	91.600	91.200	90.800	90.400	88.360	87.854	90.632	
45	55	93.500	93.100	92.700	92.300	91.900	91.500	89.330	88.861	91.986	
50	50	94.300	93.980	93.660	93.340	93.020	92.700	90.300	89.868	93.340	
55	45	95.225	94.905	94.585	94.265	93.945	93.625	91.270	90.875	94.000	Sous preuve n° 155.
60	40	96.100	95.780	95.460	95.140	94.820	94.500	92.240	91.882	94.659	
65	35	96.825	96.505	96.185	95.865	95.545	95.225	93.210	92.888	95.319	
70	30	97.375	97.095	96.815	96.535	96.255	95.975	94.180	93.895	95.978	
75	25	97.875	97.595	97.315	97.035	96.755	96.475	95.150	94.902	96.638	
80	20	97.900	97.800	97.700	97.605	97.500	97.400	96.120	95.909	97.298	
85	15	98.450	98.350	98.200	98.150	98.550	97.950	97.090	96.915	97.957	
90	10	98.900	98.820	98.740	98.660	98.580	98.500	[illegible]	97.922	98.617	
95	5	99.575	99.495	99.415	99.335	99.255	99.175	99.030	58.929	99.276	
100	0	100.000	100.000	99.968	99.936	99.904	99.872	100.000	99.936	99.935	

TABLE IV;

Donnant *le titre au poids des Acides sulfuriques* en fonction de l'acide sulfurique concentré à 66° du pèse-sel de Baumé, tant à l'aide de ce pèse-sel, qu'à l'aide des pèse-liqueurs à unité variable duodécimal et centigrade, et du pèse-liqueur à unité fixe centigrade; la température étant de 15 degrés centésimaux.

Degrés marqués par l'acide sulfurique, essayé avec le			Poids de la quantité d'acide sulfurique concentré à 66° degrés du pèse-sel de Baumé, contenue dans l'acide sulfurique essayé				Degrés que doit marquer au pèse-liqueur à unité fixe centigrade l'acide sulfurique essayé.		
			Hypothèse du n° 115		Expériences en 100ièmes du poids total de l'acide				
pèse-sel de Baumé rendu comparable.	pèse-liqueur à unité variable duodécimal.	pèse-liqueur à unité variable centigrade	en 66ièmes du poids total de l'acide	en 100ièmes du poids total de l'acide.	Vauquelin	D'Arcet.	Tab. I.re	Vauquelin	D'Arcet.
5	139	96.53	5	7.576	6.60		103.59	102 3	
10	134	93.08	10	15.151	11 73		107.46	107.6	
15	129	89.58	15	22.727	17.39		111.62	111.4	
20	124	86.11	20	30.303	24.01		116.13	116.2	
25	119	82.64	25	37.879	30.12		121.00	121.0	
30	114	79.17	30	45.455	36.52		126.31	126 0	
35	109	75.69	35	53.030	43.21		132.11	131.5	
40	104	72.22	40	60.606	50.41		138.46	137.5	
45	99	68.75	45	68.182	58.02	58.02	145.45	146.6	145 4
46	98	68.06	46	69.697		59.85	146.94		146.6
47	97	67.36	47	71.212		61.32	148.45		148 2
48	96	66.67	48	72.727		62.8	150.00		150.0
49	95	65.97	49	74.242		64.37	151.58		151.5
50	94	65.28	50	75.758	66.45	66 45	153.19	152 4	153.2
51	93	64.58	51	77.273		68.03	154.34		155.0
52	92	63.89	52	78.788		69 3	156.52		156.6
53	91	63.19	53	80.303		71.17	158.24		158.6
54	90	62.50	54	81.818		72.7	160.00		160 3
55	89	61.81	55	83.333	74.32	74.32	161.70	161 8	161.8
60	84	58.33	60	90.909	84.22	82.34	171.43	172.5	171.7
66	78	54.17	66	100.	100.	100.	184.61	184.2	184.4

FIN.

ERRATA.

Page,	ligne,	au lieu de :	lisez :
8	8	$\frac{p}{p_,}=\frac{n'}{n_,}$	$\frac{p}{p'}=\frac{n'}{n}$.
11	11	$\frac{p}{p'_,}=$	$\frac{p}{p'}=$.
14	12	$\frac{n'}{m}=$	$\frac{n'}{m'}=$.
14	12	$=\frac{m'}{m_,}$	$=\frac{m'}{m'_,}$.
14	23	4^e	3e.
15	2	2^e	1re.
16	20	troisième	deuxième.
18	4	troisième	deuxième.
39	14	$\frac{H}{}=$	$\frac{H}{\epsilon}=$.
40	8	la	sa.
50	17	avaient	ont.
60	24	$\frac{v'}{v}=$	$\frac{v'}{\epsilon}=$.
63	5	*nombre*	*nombres*.
72	16	titre	vrai titre.
78	23	v'	v' v''.

39941987
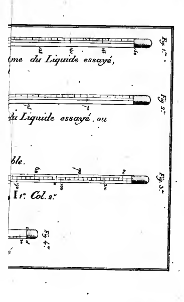


Fig. 1re
me du Liquide essayé,
Fig. 2e
du Liquide essayé. ou
ble.
Fig. 3e
Ir. Col. 2e
Fig. 4e

